全国名校高中模块单元检测示范卷

新教材

编写说明

《全国名校高中模块单元检测示范卷》(以下简称单元卷)的主要功能是检测学生对各阶段所学知识的掌握程度,同时兼顾考察学生对知识的运用迁移能力。所有内容均按照同步教材课程进度,合理划分单元,科学设计检测节点,着重指导学生对基础知识的理解、掌握和运用,同时渗透了高考的考察方向,试卷作为阶段考试或者课下练习均可使用,具有以下特点:

1. 贴近教材、高度同步。单元卷是在学生学完相应章节后,为掌握所学知识的即时性训练或者考试材料,与课本高度同步,做到"学什么,练什么,考什么",不超纲不超前,强调对所学知识的形成性训练。根据教学进度与教材章节知识含量合理划分检测单元,紧跟教学进度,科学安排检测节点。训练题量适中,针对知识点全面设题,涵盖同步学习所有知识点、难点和高考题型。

2. 滚动训练、全面覆盖。单元卷采用"同步+滚动"的设计模式,即前面若干个单元按照教材的顺序,分章节设置练习,不滚动;而后面若干个单元将教材重新划分为几个部分,滚动练习。做到训练到位,覆盖全面。应用艾宾浩斯遗忘曲线规律,通过及时滚动训练,克服"学后忘前"现象。

3. 经典原创、题题精彩。单元卷采用"经典+原创"的思路进行选编试题。所有试题都是围绕本单元的知识设置,既有经典,又有原创,每套试题设置基础题目和滚动提升题目;通过测试,使解题能力从基础到综合分层级稳步提升。

4. 高效训练、实用方便。单元卷具有较好的信度、效度、难易度和区分度。比如语文单元卷阅读部分,我们既设置了课内文章阅读,又设置了课外文章阅读。既可用于课堂掌握所学知识的练习,又可以用于课后巩固课堂内容的练习,还可以用于阶段性检测,达到高效训练的目的。答案全解全析,授之以"渔"。

《全国名校高中模块单元检测示范卷》编委会

2023 年 1 月

数学目录

CONTENTS

数学(一)参考答案

1. A　由已知可得 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1-y-2=0$,解得 $y=-1$. 故选 A.

2. D　因为 $\boldsymbol{a}=(0,1,4)$,$\boldsymbol{b}=(1,-1,0)$,所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(1,0,4)$,故 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{17}$. 故选 D.

3. C　$\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$. 故选 C.

4. B　由题意,得 $|\boldsymbol{a}|=3\sqrt{2}$,$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\times(-1)+3\times1+3\times0=3$,$\therefore\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{1}{2}$. 又 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\in[0,\pi]$,$\therefore\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{3}$. 故选 B.

5. C　因为平面 $\beta\perp$ 平面 α,所以这两个平面的法向量相互垂直. 因为平面 α 的一个法向量为 $(2,1,-1)$,设平面 β 的一个法向量为 (x,y,z),所以 $(2,1,-1)\cdot(x,y,z)=2x+y-z=0$,所以向量 $(-1,1,-1)$ 是平面 β 的一个法向量. 故选 C.

6. B　因为 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+\lambda\overrightarrow{OC}$,且 A,B,C,P 四点共面,所 $\lambda+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=1$,$\lambda=\frac{1}{3}$. 故选 B.

7. A　因为 $\overrightarrow{BC}=(1,1,1)$,$\overrightarrow{BA}=(2,-2,2)$,所以 $\cos\angle ABC=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{2}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$,所以 $\sin\angle ABC=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,所以点 A 到直线 BC 的距离 $d=|AB|\cdot\sin\angle ABC=2\sqrt{3}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$. 故选 A.

8. A　设 $AA_1=BB_1=CC_1=a(a>0)$,则 $A_1(2\sqrt{2},0,a)$,$B(0,2,0)$,$C(0,0,0)$,$B_1(0,2,a)$,$\overrightarrow{A_1B}=(-2\sqrt{2},2,-a)$,$\overrightarrow{CB_1}=(0,2,a)$,因为 $\overrightarrow{A_1B}\perp\overrightarrow{CB_1}$,所以 $(-2\sqrt{2},2,-a)\cdot(0,2,a)=0$,即 $4-a^2=0$,解得 $a=2$(负舍). 故 $A_1(2\sqrt{2},0,2)$,$B_1(0,2,2)$,则 $M(\sqrt{2},1,2)$,$\overrightarrow{CM}=(\sqrt{2},1,2)$,$\overrightarrow{BA_1}=(2\sqrt{2},-2,2)$,$\cos\langle\overrightarrow{CM},\overrightarrow{BA_1}\rangle=\frac{\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{BA_1}}{|\overrightarrow{CM}||\overrightarrow{BA_1}|}=\frac{4-2+4}{\sqrt{2+1+4}\cdot\sqrt{8+4+4}}=\frac{6}{\sqrt{7}\cdot4}=\frac{3\sqrt{7}}{14}$. 故选 A.

9. AC　对于 A,因为 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个空间向量,则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 一定共面,故 A 正确;对于 B,因为 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是三个空间向量,则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 可能共面也可能不共面,故 B 错误;对于 C,因为 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个空间向量,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$,故 C 正确;对于 D,因为 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是三个空间向量,则 $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 共线,$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$ 与向量 $\boldsymbol{c}$ 共线,不一定相等,故 D 错误. 故选 AC.

10. ABD　设 $Q(x,y,z)$ 为平面 α 内一点,$\overrightarrow{PQ}=(x,y-1,z-1)$,因为平面 α 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,1,2)$,所以 $\overrightarrow{PQ}\cdot\boldsymbol{n}=0$,即 $x+y+2z=3$,符合条件的有 ABD. 故选 ABD.

11. BCD　对于 A,空间中共面的三个向量不能作为基底,故 A 错误;对于 B,向量 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,即 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 可平移到一条直线上,它们与其他任何向量都会共面,故不能作为基底,故 B 正确;对于 C,$\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BN}$ 不能构成空间的一个基底,即它们共面,则 A,B,M,N 共面,故 C 正确;对于 D,$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个基底,即它们不共面,由 $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$ 得 $\boldsymbol{m},\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}$ 共面,假如 $\boldsymbol{b},\boldsymbol{m},\boldsymbol{a}$ 共面,则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\boldsymbol{m}$ 共面,与 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 不共面矛盾,故 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{m},\boldsymbol{a}$ 不共面,则 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{m}\}$ 是空间的一个基底,故 D 正确. 故选 BCD.

12. AC　设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的中心为 O,连接 OP,OM,ON. 由正方体的性质可知,$\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OM}$,$\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{ON}$,那么 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OM})\cdot(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{ON})=\overrightarrow{PO}^2+\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$,易得 $|\overrightarrow{OP}|=\frac{\sqrt{2}}{2}$,那么 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=\frac{1}{2}+\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$,当 $\overrightarrow{OM}$ 与 $\overrightarrow{ON}$ 反向,且 $|\overrightarrow{OM}|=|\overrightarrow{ON}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BD_1}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时,$(\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN})_{\min}=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}$;当 $\overrightarrow{OM}$ 与 $\overrightarrow{ON}$ 同向,且 $|\overrightarrow{OM}|=|\overrightarrow{ON}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BD_1}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时,$(\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN})_{\max}=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$. 故选 AC.

13. $(2,4,1)$　设点 $P(x,y,z)$,由题意知 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$,所以 $(x-1,y-3,z+1)=\frac{1}{3}(3,3,6)$,即 $x-1=1$,$y-3=1$,$z+1=2$,所以 $x=2$,$y=4$,$z=1$,即点 P 坐标为 $(2,4,1)$.

14. $(2,2,4)$　因为 $A(1,-1,t)$，$B(3,1,4)$，所以 $\overrightarrow{AB}=(2,2,4-t)$，又向量 $\boldsymbol{v}=(1,3,-2)$ 为平面 ABC 的一个法向量，所以 $\overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{v}=1\times2+3\times2-2\times(4-t)=0$，解得 $t=0$，所以 $\overrightarrow{AB}=(2,2,4)$.

15. $(0,1,-2)$　由题意得 $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$，设向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标是 (x,y,z)，则 $\boldsymbol{p}=x(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+y(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})+z(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(x+y)\boldsymbol{a}+(x+z)\boldsymbol{b}+(y+z)\boldsymbol{c}$，所以 $\begin{cases}x+y=1,\\x+z=-2,\\y+z=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=0,\\y=1,\\z=-2.\end{cases}$

16. $\frac{9}{2}$　由题意可知，$\overrightarrow{OM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OG}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AG})=\frac{2}{3}\left[\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\right]=\frac{2}{3}[\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})+\frac{1}{3}(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})]=\frac{2}{9}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{9}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{9}\overrightarrow{OC}$，因为 D,E,F,M 四点共面，所以存在实数 λ,μ，使 $\overrightarrow{DM}=\lambda\overrightarrow{DE}+\mu\overrightarrow{DF}$，所以 $\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OD}=\lambda(\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OD})+\mu(\overrightarrow{OF}-\overrightarrow{OD})$，所以 $\overrightarrow{OM}=(1-\lambda-\mu)\overrightarrow{OD}+\lambda\overrightarrow{OE}+\mu\overrightarrow{OF}=(1-\lambda-\mu)k\overrightarrow{OA}+\lambda m\overrightarrow{OB}+\mu n\overrightarrow{OC}$，所以 $\begin{cases}(1-\lambda-\mu)k=\frac{2}{9},\\\lambda m=\frac{2}{9},\\\mu n=\frac{2}{9},\end{cases}$ 所以 $\frac{1}{k}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{9}{2}(1-\lambda-\mu)+\frac{9}{2}\lambda+\frac{9}{2}\mu=\frac{9}{2}$.

17. 解：(1)若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$，则存在实数 λ，使 $\boldsymbol{c}=\lambda\boldsymbol{a}$，即 $(m,n,-4)=\lambda(1,3,-2)$，

所以 $\begin{cases}m=\lambda,\\n=3\lambda,\\-4=-2\lambda,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=2,\\n=6,\\\lambda=2,\end{cases}$ 所以 $\boldsymbol{c}=(2,6,-4)$. …………………… 2 分

所以 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=(3,6,-2)$，所以 $|\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=\sqrt{3^2+6^2+(-2)^2}=7$. …………………… 4 分

(2)因为 $\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{c}$，所以 $m-8=0$，解得 $m=8$. …………………… 5 分

因为 $|\boldsymbol{c}|=9$，所以 $\sqrt{64+n^2+16}=9$，所以 $n=\pm1$. …………………… 6 分

当 $n=1$ 时，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}=(9,4,-6)$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=(-7,-1,6)$，

所以 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=-63-4-36=-103$. …………………… 8 分

当 $n=-1$ 时，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}=(9,2,-6)$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=(-7,1,6)$，

所以 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=-63+2-36=-97$. …………………… 10 分

18. (1)解：因为 $AB=BC=1$，$DD_1=2$，点 M 是棱 DD_1 的中点，所以 $DM=1$，

所以 $M(0,0,1)$，$B_1(1,1,2)$， …………………… 2 分

所以 $|B_1M|=\sqrt{(1-0)^2+(1-0)^2+(2-1)^2}=\sqrt{3}$. …………………… 4 分

(2)证明：因为 $A(1,0,0)$，$C(0,1,0)$，$M(0,0,1)$，$B(1,1,0)$，$D_1(0,0,2)$，

所以 $\overrightarrow{AC}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{AM}=(-1,0,1)$，$\overrightarrow{BD_1}=(-1,-1,2)$. …………………… 5 分

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 为平面 ACM 的法向量，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=-x+y=0,\\\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AM}=-x+z=0,\end{cases}$ 令 $x=1$，得 $\boldsymbol{n}=(1,1,1)$. …………………… 7 分

因为 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD_1}=1\times(-1)+1\times(-1)+1\times2=0$，且 $BD_1\not\subset$ 平面 ACM，

所以 $BD_1/\!/$ 平面 MAC. …………………… 9 分

(3)解：$\overrightarrow{AM}=(-1,0,1)$，$\overrightarrow{B_1M}=(-1,-1,-1)$，

因为 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{B_1M}=(-1)\times(-1)+0\times(-1)+1\times(-1)=0$， …………………… 11 分

所以 $AM\perp B_1M$. …………………… 12 分