

全国名校高中模块单元检测示范卷·数学(一)

选择性必修第一册 人教 A 版 (第一章)

(本卷满分 150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设空间向量 $\mathbf{a} = (1, y, 2)$, $\mathbf{b} = (1, -1, -1)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $y =$

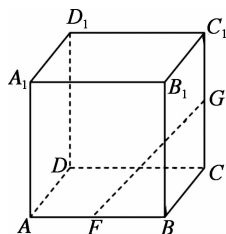
- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

2. 已知空间向量 $\mathbf{a} = (0, 1, 4)$, $\mathbf{b} = (1, -1, 0)$, 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| =$

- A. $\sqrt{19}$ B. 19 C. 17 D. $\sqrt{17}$

3. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, F, G 分别为 AB, CC_1 的中点, 则 $\overrightarrow{FG} =$

- A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$
B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$
C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$
D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$



4. 已知空间向量 $\mathbf{a} = (0, 3, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, 0)$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 若平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (2, 1, -1)$, 平面 $\beta \perp$ 平面 α , 则平面 β 的法向量的坐标可以是

- A. $(4, -2, 2)$ B. $(4, 2, -2)$ C. $(-1, 1, -1)$ D. $(-2, -1, -1)$

6. 已知 O 为空间任意一点, A, B, C 三点不共线, 若 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \lambda\overrightarrow{OC}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), 则 A, B, C, P 四点共面的充要条件为

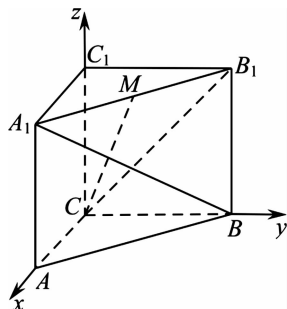
- A. $\lambda = 1$ B. $\lambda = \frac{1}{3}$ C. $\lambda = \frac{1}{6}$ D. $\lambda = \frac{1}{2}$

7. 已知空间内三点 $A(1, 0, 2)$, $B(-1, 2, 0)$, $C(0, 3, 1)$, 则点 A 到直线 BC 的距离是

- A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

8. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA = 2\sqrt{2}$, $CB = 2$, $\angle BCA = 90^\circ$, M 是 A_1B_1 的中点, 以 C 为坐标原点, 建立如图所示的空间直角坐标系, 若 $\overrightarrow{A_1B} \perp \overrightarrow{CB_1}$, 则异面直线 CM 与 A_1B 夹角的余弦值为

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{14}$ B. $-\frac{2\sqrt{3}}{7}$
C. $-\frac{3\sqrt{7}}{14}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{7}$



二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

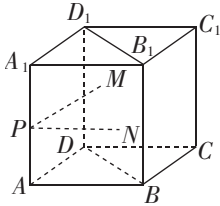
9. 下列说法正确的是

- A. 设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 是两个空间向量,则 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 一定共面
 - B. 设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 是三个空间向量,则 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 一定不共面
 - C. 设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 是两个空间向量,则 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{a}$
 - D. 设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 是三个空间向量,则 $(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})$
10. 已知平面 α 过点 $P(0,1,1)$,其一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,1,2)$,则下列点在平面 α 内的有
- A. $(2,1,0)$
 - B. $(-1,0,2)$
 - C. $(2,-1,2)$
 - D. $(2,3,-1)$

11. 给出下列命题,其中正确的有

- A. 空间任意三个向量都可以作为一个基底
 - B. 已知向量 $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与任何向量都不能构成空间的一个基底
 - C. A, B, M, N 是空间中的四个点,若 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BN}$ 不能构成空间的一个基底,那么 A, B, M, N 共面
 - D. 已知 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个基底,若 $\boldsymbol{m} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$,则 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{m}\}$ 也是空间的一个基底
12. 如图所示,在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 P 是 AA_1 的中点,点 M, N 是矩形 BB_1D_1D 内(包括边界)的任意两点,则

- A. $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的最大值为 $\frac{5}{4}$
- B. $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的最大值为 2
- C. $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的最小值为 $-\frac{1}{4}$
- D. $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的最小值为 $-\frac{1}{2}$

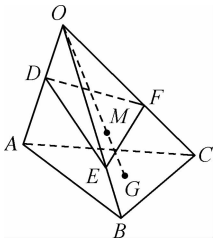


选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项												

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知点 $A(1,3,-1), B(4,6,5)$,若点 P 为线段 AB 上靠近 A 的三等分点,则点 P 的坐标为_____.
14. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中,向量 $\boldsymbol{v}=(1,3,-2)$ 为平面 ABC 的一个法向量,其中 $A(1,-1,t), B(3,1,4)$,则向量 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标为_____.
15. 已知向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 $(1,-2,-1)$,则向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}, \boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标是_____.
16. 如图,在三棱锥 $O-ABC$ 中,点 G 为底面 $\triangle ABC$ 的重心,点 M 是线段 OG 上靠近点 G 的三等分点,过点 M 的平面分别交棱 OA, OB, OC 于点 D, E, F ,若 $\overrightarrow{OD} = k\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OE} = m\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OF} = n\overrightarrow{OC}$,则 $\frac{1}{k} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$ _____.



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

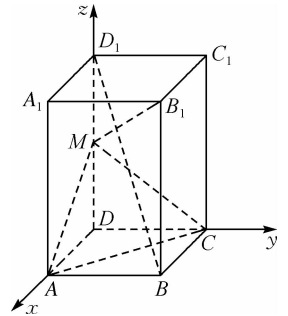
已知向量 $\mathbf{a}=(1,3,-2)$, $\mathbf{b}=(1,0,2)$, $\mathbf{c}=(m,n,-4)$.

- (1) 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{c}$, 求 $|\mathbf{b}+\mathbf{c}|$ 的值;
- (2) 若 $\mathbf{b} \perp \mathbf{c}$, $|\mathbf{c}|=9$, 求 $(\mathbf{a}+\mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b}-\mathbf{c})$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=1$, $DD_1=2$, 点 M 是棱 DD_1 的中点, 以点 D 为坐标原点, 以 DA, DC, DD_1 所在直线为 x 轴, y 轴, z 轴建立如图所示的空间直角坐标系.

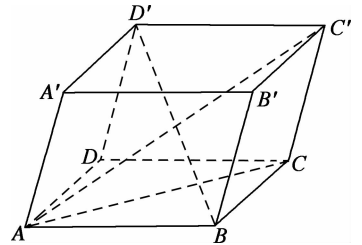
- (1) 写出点 M, B_1 的坐标, 并求出线段 B_1M 的长度;
- (2) 用向量法证明: $BD_1 \parallel$ 平面 MAC ;
- (3) 用向量法判断直线 AM 与直线 B_1M 是否垂直? 并说明理由.



19. (本小题满分 12 分)

如图, 已知平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$.

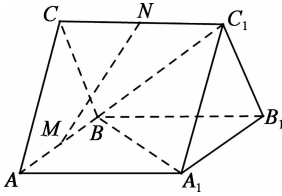
- (1) 若 $AB=4$, $AD=3$, $AA'=3$, $\angle BAD=90^\circ$, $\angle BAA'=60^\circ$, $\angle DAA'=60^\circ$, 求 AC' 的长度;
- (2) 若 $AB=AD=AA'=2$, $\angle BAD=\angle BAA'=\angle DAA'=60^\circ$, 求 AC 与 BD' 所成角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长都是 2, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , M 为 AB 的中点, N 为 CC_1 的中点.

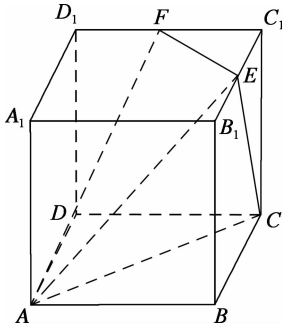
- (1)证明:直线 $MN \parallel$ 平面 A_1BC_1 ;
- (2)求平面 ABC 与平面 A_1BC_1 夹角的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)

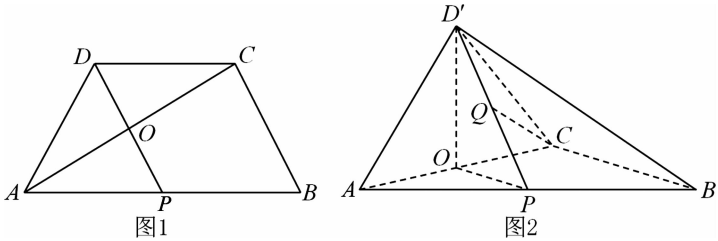
如图,在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 B_1C_1, C_1D_1 的中点,点 H 为平面 BCC_1B_1 内的点.

- (1)若 $D_1H \perp$ 平面 ACE ,试确定点 H 的位置;
- (2)求直线 AB_1 与平面 AEF 所成角的正弦值;
- (3)求点 D_1 到平面 ACE 的距离.



22. (本小题满分 12 分)

在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, $AB = 2AD = 2CD = 4$, P 为 AB 的中点, 线段 AC 与 DP 交于点 O (如图 1). 将 $\triangle ACD$ 沿 AC 折起到 $\triangle ACD'$ 位置, 使得平面 $D'AC \perp$ 平面 BAC (如图 2).



- (1)求平面 ABC 与平面 BCD' 夹角的大小;
- (2)线段 PD' 上是否存在点 Q , 使得 CQ 与平面 BCD' 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{8}$? 若存在, 求出 $\frac{PQ}{PD'}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.