最新5年高考真题分类优化精练

（新教材版）

编写说明

《最新5年高考真题分类优化精练》包括语文、数学、英语、物理、化学、生物、思想政治、历史、地理等九大学科，其中语文、数学、英语每科20套，物理、化学、生物、思想政治、历史、地理每科16套。本套试卷是由全国各地教研员根据最近5年高考全国卷及各地方版高考卷精心选编而成。

《最新5年高考真题分类优化精练》具有如下特点：

1. 真题分类科学、合理，准确性高

依据教材目录顺序，切准考点，精准复习。选题紧扣教材章节内容，主要突出主干知识点和重难点，使考生复习时有的放矢，极大提高复习备考效率。

2. 试题选取典型、突出，针对性强

通过高考真题在各重要知识点上的表现形式和频率，选取与最新考试大纲和考试说明要求高度一致的典型真题，从而提高复习备考的针对性和有效性。

3. 内容选编丰富、翔实，导向性准

本卷选题以全国卷为主，部分选编浙江、山东、辽宁、湖南等地方省市的自主命题，以便学生拓展视野，熟悉各种不同风格的题型，导向精准。

4. 答案解析科学、详尽，实用性强

为满足广大高三师生复习备考的需要，本卷均配有详细精准的答案和解析，能使考生全面理解高考的命题角度和解题思路，极大提升考生的解题能力和应试技巧。

《最新5年高考真题分类优化精练》是对最新课程标准的最好诠释，也是对命题规律和趋势最好的解读，更是学生一轮复习备考阶段的必备参考资料。

《最新5年高考真题分类优化精练》编委会

2023年1月

数学目录

CONTENTS

数学卷(六)参考答案

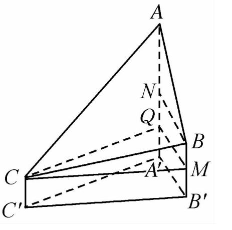
1. D　由余弦定理,得 $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos B$,即 $BC^2+2BC-15=0$,解得 $BC=3$(负根舍). 故选 D.

2. C　$\because S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}=\frac{2ab\cos C}{4}=\frac{1}{2}ab\cos C$,$\therefore \sin C=\cos C$,即 $\tan C=1$. $\because C\in(0,\pi)$,$\therefore C=\frac{\pi}{4}$. 故选 C.

3. A　$\because \cos C=\frac{2}{3}$,$AC=4$,$BC=3$,$\therefore AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cos C=16+9-2\times4\times3\times\frac{2}{3}=9$,$\therefore AB=3$.

$\therefore \cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{9+9-16}{2\times3\times3}=\frac{1}{9}$.

4. B　作 $CM\perp BB'$,垂足为 M,作 $BN\perp AA'$,垂足为 N,由题意得 $BM=100$,$\angle BCM=15°$,$\angle ABN=45°$,即 $CM=100\tan 75°=B'C'$.



所以 $BN=B'A'=\frac{B'C'\sin 45°}{\sin 75°}=\frac{100\tan 75°\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin 75°}=\frac{50\sqrt{2}\cdot\sin 75°}{\cos 75°\cdot\sin 75°}=\frac{50\sqrt{2}}{\cos 75°}$,所以 $AN=BN=\frac{50\sqrt{2}}{\cos 75°}=\frac{50\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}=\frac{200}{\sqrt{3}-1}\approx273$. 作 $CQ\perp AA'$,垂足为 Q,

又 $AQ=AA'-CC'=AN+NQ=(BB'-CC')+AN=100+273=373$. 故选 B.

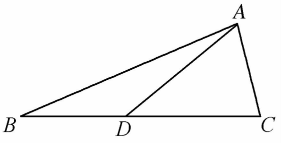
5. A　$\because \cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,$\therefore \cos C=2\cos^2\frac{C}{2}-1=2\times\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2-1=-\frac{3}{5}$. 在$\triangle ABC$中,由余弦定理,得 $AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos C=5^2+1^2-2\times5\times1\times\left(-\frac{3}{5}\right)=32$,$\therefore AB=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$. 故选 A.

6. A　$\because a\sin A-b\sin B=4c\sin C$,$\therefore$由正弦定理得 $a^2-b^2=4c^2$,即 $a^2=4c^2+b^2$. 由余弦定理得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+c^2-(4c^2+b^2)}{2bc}=\frac{-3c^2}{2bc}=-\frac{1}{4}$,$\therefore \frac{b}{c}=6$. 故选 A.

7. 1　由正弦定理得$\frac{\sin A}{\sin C}=\frac{a}{c}$,由余弦定理得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$,$\because a=4$,$b=5$,$c=6$,

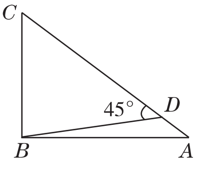
$\therefore \frac{\sin 2A}{\sin C}=\frac{2\sin A\cos A}{\sin C}=2\cdot\frac{\sin A}{\sin C}\cdot\cos A=2\times\frac{4}{6}\times\frac{5^2+6^2-4^2}{2\times5\times6}=1$.

8. $\sqrt{3}-1$　设 $CD=2BD=2m>0$,则在$\triangle ABD$中,$AB^2=BD^2+AD^2-2BD\cdot AD\cos\angle ADB=m^2+4+2m$,在$\triangle ACD$中,$AC^2=CD^2+AD^2-2CD\cdot AD\cos\angle ADC=4m^2+4-4m$,所以$\frac{AC^2}{AB^2}=\frac{4m^2+4-4m}{m^2+4+2m}=\frac{4(m^2+4+2m)-12(1+m)}{m^2+4+2m}=4-\frac{12}{(m+1)+\frac{3}{m+1}}\geqslant 4-\frac{12}{2\sqrt{(m+1)\cdot\frac{3}{m+1}}}=4-2\sqrt{3}$,当且仅当 $m+1=\frac{3}{m+1}$,即 $m=\sqrt{3}-1$ 时等号成立,所以当$\frac{AC}{AB}$取最小值时,$m=\sqrt{3}-1$.



9. $2\sqrt{2}$　$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{3}}{4}ac=\sqrt{3}$,所以 $ac=4$. 由余弦定理,得 $b^2=a^2+c^2-ac=3ac-ac=2ac=8$,所以 $b=2\sqrt{2}$.

10. $\frac{12\sqrt{2}}{5}$　$\frac{7\sqrt{2}}{10}$　如图,易知 $\sin\angle C=\frac{4}{5}$,



$\cos\angle C=\frac{3}{5}$.

在$\triangle BDC$中,由正弦定理可得$\frac{BD}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle BDC}$,

$\therefore BD=\frac{BC\cdot\sin\angle C}{\sin\angle BDC}=\frac{3\times\frac{4}{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{12\sqrt{2}}{5}$.

由$\angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=90°$,

可得 $\cos\angle ABD=\cos(90°-\angle CBD)=\sin\angle CBD$

$=\sin[\pi-(\angle C+\angle BDC)]$

$=\sin(\angle C+\angle BDC)$

$=\sin\angle C\cdot\cos\angle BDC+\cos\angle C\cdot\sin\angle BDC$

$=\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{7\sqrt{2}}{10}.$

11. $6\sqrt{3}$　由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$. 又$\because b=6,a=2c,B=\frac{\pi}{3}$，$\therefore 36=4c^2+c^2-2\times2c^2\times\frac{1}{2}$，$\therefore c=2\sqrt{3},a=4\sqrt{3}$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$.

12. $-\frac{1}{4}$　在$\triangle ABC$中，$AB\perp AC,AC=1,AB=\sqrt{3}$,所以 $BC=2$.

在$\triangle ABD$中,$AB\perp AD,AD=\sqrt{3},AB=\sqrt{3}$,所以 $BD=\sqrt{6}$.

在$\triangle ACE$中,$AC=1,AE=AD=\sqrt{3},\angle CAE=30°$,

由余弦定理得 $CE^2=AC^2+AE^2-2AC\cdot AE\cdot\cos\angle CAE=1+3-2\times1\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1$,所以 $CE=1$.

在$\triangle BCF$中,$BC=2,FC=CE=1,BF=BD=\sqrt{6}$,

由余弦定理得 $\cos\angle FCB=\frac{FC^2+BC^2-FB^2}{2FC\cdot BC}=\frac{1+4-6}{2\times1\times2}=-\frac{1}{4}$.

13. 解:(1)由正弦定理和已知条件得 $BC^2-AC^2-AB^2=AC\cdot AB$. ①

由余弦定理得 $BC^2=AC^2+AB^2-2AC\cdot AB\cos A$. ②

由①,②得 $\cos A=-\frac{1}{2}$. 因为 $0<A<\pi$,所以 $A=\frac{2\pi}{3}$.

(2)由正弦定理及(1)得$\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}=2\sqrt{3}$,从而 $AC=2\sqrt{3}\sin B,AB=2\sqrt{3}\sin(\pi-A-B)=3\cos B-\sqrt{3}\sin B$.

故 $BC+AC+AB=3+\sqrt{3}\sin B+3\cos B=3+2\sqrt{3}\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)$.

又 $0<B<\frac{\pi}{3}$,所以当 $B=\frac{\pi}{6}$时,$\triangle ABC$周长取得最大值 $3+2\sqrt{3}$.

14. 解:(1)$\sin 2C=\sqrt{3}\sin C,2\sin C\cos C=\sqrt{3}\sin C,\cos C=\frac{\sqrt{3}}{2},\angle C=\frac{\pi}{6}$.

(2)$\because S_{\triangle ABC}=6\sqrt{3}$,$\therefore\frac{1}{2}ab\sin C=6\sqrt{3},a=4\sqrt{3}$,由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$,

$c=2\sqrt{3}$,所以$\triangle ABC$的周长为 $6\sqrt{3}+6$.

15. 解:(1)由已知得 $\sin^2B+\sin^2C-\sin^2A=\sin B\sin C$,

故由正弦定理得 $b^2+c^2-a^2=bc$.

由余弦定理得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$.

因为 $0°<A<180°$,所以 $A=60°$.

(2)由(1)知 $B=120°-C$,

由题设及正弦定理得$\sqrt{2}\sin A+\sin(120°-C)=2\sin C$,

即$\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+\frac{1}{2}\sin C=2\sin C$,可得 $\cos(C+60°)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

因为 $0°<C<120°$,所以 $\sin(C+60°)=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

故 $\sin C=\sin(C+60°-60°)$

$=\sin(C+60°)\cos 60°-\cos(C+60°)\sin 60°=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

16. 解:(1)因为 $2\sin C=3\sin A$,则 $2c=2(a+2)=3a$,则 $a=4$,故 $b=5,c=6$.

所以 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{8}$,所以 C 为锐角,则 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2C}=\frac{3\sqrt{7}}{8}$.

因此 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times4\times5\times\frac{3\sqrt{7}}{8}=\frac{15\sqrt{7}}{4}$.

(2)显然 $c>b>a$,若$\triangle ABC$为钝角三角形,则 C 为钝角.

由余弦定理可得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{a^2+(a+1)^2-(a+2)^2}{2a(a+1)}=\frac{a^2-2a-3}{2a(a+1)}<0$,

解得$-1<a<3$,则 $0<a<3$.

由三角形三边关系可得 $a+a+1>a+2$,可得 $a>1$,$\because a\in\mathbf{N}^*$,故 $a=2$.

最新 5 年高考真题分类优化精练 · 数学卷（六）

解 三 角 形

满分分值:150 分

本卷主要精练内容:解三角形。

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 6 分,共 36 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1.(2021 · 全国甲卷 · 文科)在△ABC 中,已知 $B=120°$,$AC=\sqrt{19}$,$AB=2$,则 $BC=$

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

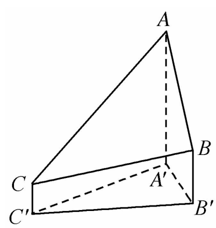
2.(2018 · 全国Ⅲ卷 · 理科)△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c.若△ABC 的面积为$\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$,则 $C=$

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

3.(2020 · 全国Ⅲ卷 · 理科)在△ABC 中,$\cos C=\frac{2}{3}$,$AC=4$,$BC=3$,则 $\cos B=$

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

4.(2021 · 全国甲卷 · 理科)2020 年 12 月 8 日,中国和尼泊尔联合公布珠穆朗玛峰最新高程为 8 848.86(单位:m),三角高程测量法是珠峰高程测量方法之一.右图是三角高程测量法的一个示意图,现有 A,B,C 三点,且 A,B,C 在同一水平面上的投影 A',B',C' 满足 $\angle A'C'B'=45°$,$\angle A'B'C'=60°$.由 C 点测得 B 点的仰角为 $15°$,BB' 与 CC' 的差为 100;由 B 点测得 A 点的仰角为 $45°$,则 A,C 两点到水平面 $A'B'C'$ 的高度差 $AA'-CC'$ 约为($\sqrt{3}\approx1.732$)



A. 346　　B. 373　　C. 446　　D. 473

5.(2018 · 全国Ⅱ卷 · 理科)在△ABC 中,$\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,$BC=1$,$AC=5$,则 $AB=$

A. $4\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{30}$　　C. $\sqrt{29}$　　D. $2\sqrt{5}$

6.(2019 · 全国Ⅰ卷 · 文科)△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $a\sin A-b\sin B=4c\sin C$,$\cos A=-\frac{1}{4}$,则$\frac{b}{c}=$

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6
答案						

二、**填空题**(本大题共 6 小题,每小题 7 分,共 42 分.把答案填在题中的横线上)

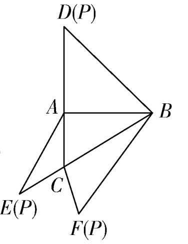
7.(北京卷·理科)在$\triangle ABC$中,$a=4,b=5,c=6$,则$\dfrac{\sin 2A}{\sin C}=$________.

8.(2022·全国甲卷·理科)已知$\triangle ABC$中,点D在边BC上,$\angle ADB=120^\circ,AD=2,CD=2BD$,当$\dfrac{AC}{AB}$取得最小值时,$BD=$________.

9.(2021·全国乙卷·理科)记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c,面积为$\sqrt{3}$,$B=60^\circ$,$a^2+c^2=3ac$,则$b=$________.

10.(2019·浙江卷)在$\triangle ABC$中,$\angle ABC=90^\circ,AB=4,BC=3$,点$D$在线段$AC$上.若$\angle BDC=45^\circ$,则$BD=$________,$\cos\angle ABD=$________.

11.(2019·全国Ⅱ卷·理科)$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c.若$b=6,a=2c$,$B=\dfrac{\pi}{3}$,则$\triangle ABC$的面积为________.



12.(2020·全国Ⅰ卷·理科)如图,在三棱锥$P-ABC$的平面展开图中,$AC=1,AB=AD=\sqrt{3}$,$AB\perp AC,AB\perp AD,\angle CAE=30^\circ$,则$\cos\angle FCB=$__________.

三、**解答题**(本大题共 6 小题,共 72 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

13.(本小题满分 12 分)

(2020·全国Ⅱ卷·理科)$\triangle ABC$中,$\sin^2 A-\sin^2 B-\sin^2 C=\sin B\sin C$.

(1)求A;

(2)若$BC=3$,求$\triangle ABC$周长的最大值.

14.(本小题满分 12 分)

(2022·北京卷)在$\triangle ABC$中,角A,B,C所对的边分别为a,b,c,$\sin 2C=\sqrt{3}\sin C$.

(1)求$\angle C$;

(2)若$b=6$,且$\triangle ABC$的面积为$6\sqrt{3}$,求$\triangle ABC$的周长.

15.(本小题满分 12 分)

(2019・全国Ⅰ卷・理科)$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 设 $(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$.

(1)求 A;

(2)若 $\sqrt{2}a+b=2c$,求 $\sin C$.

16.(本小题满分 12 分)

(2021・新高考Ⅱ卷)在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边长分别为 $a,b,c,b=a+1,c=a+2$.

(1)若 $2\sin C=3\sin A$,求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2)是否存在正整数 a,使得 $\triangle ABC$ 为钝角三角形?若存在,求出 a 的值;若不存在,说明理由.

17.（本小题满分 12 分）

（2022·新高考Ⅱ卷）记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，以a,b,c为边长的三个正三角形的面积分别为S_1,S_2,S_3，且$S_1-S_2+S_3=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sin B=\frac{1}{3}$.

（1）求$\triangle ABC$的面积；

（2）若$\sin A\sin C=\frac{\sqrt{2}}{3}$，求$b$.

18.（本小题满分 12 分）

（2019·全国Ⅲ卷·理科）$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$a\sin\frac{A+C}{2}=b\sin A$.

（1）求B；

（2）若$\triangle ABC$为锐角三角形，且$c=1$，求$\triangle ABC$面积的取值范围.

最新 5 年高考真题分类优化精练·数学卷(十二)

不等式、导数及其应用(二)

满分分值:150 分

本卷主要精练内容:不等式、导数及其应用。

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.其中第 2,7 题为多选题,其余题在给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1.(2019·全国Ⅱ卷·文科)曲线 $y=2\sin x+\cos x$ 在点$(\pi,-1)$处的切线方程为

A. $x-y-\pi-1=0$　　B. $2x-y-2\pi-1=0$

C. $2x+y-2\pi+1=0$　　D. $x+y-\pi+1=0$

2.[多选题](2022·新高考Ⅰ卷)已知函数 $f(x)=x^3-x+1$,则

A. $f(x)$有两个极值点　　B. $f(x)$有三个零点

C. 点$(0,1)$是曲线 $y=f(x)$的对称中心　　D. 直线 $y=2x$ 是曲线 $y=f(x)$的切线

3.(2022·全国甲卷·理科)当 $x=1$ 时,函数 $f(x)=a\ln x+\dfrac{b}{x}$取得最大值-2,则 $f'(2)=$

A. -1　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

4.(2022·全国甲卷·文科)已知 $9^m=10$,$a=10^m-11$,$b=8^m-9$,则

A. $a>0>b$　　B. $a>b>0$

C. $b>a>0$　　D. $b>0>a$

5.(2021·新高考Ⅰ卷)若过点(a,b)可以作曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 的两条切线,则

A. $\mathrm{e}^b<a$　　B. $\mathrm{e}^a<b$　　C. $0<a<\mathrm{e}^b$　　D. $0<b<\mathrm{e}^a$

6.(2022·全国乙卷·文科)函数 $f(x)=\cos x+(x+1)\sin x+1$ 在区间$[0,2\pi]$的最小值、最大值分别为

A. $-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}$　　B. $-\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}$

C. $-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}+2$　　D. $-\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}+2$

7.[多选题](2022·新高考Ⅰ卷)已知函数 $f(x)$及其导函数 $f'(x)$的定义域均为 $\mathbf{R}$,记 $g(x)=f'(x)$.若 $f\left(\dfrac{3}{2}-2x\right)$,$g(2+x)$均为偶函数,则

A. $f(0)=0$　　B. $g\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$　　C. $f(-1)=f(4)$　　D. $g(-1)=g(2)$

8.(2021·全国乙卷·理科)设 $a=2\ln 1.01$,$b=\ln 1.02$,$c=\sqrt{1.04}-1$,则

A. $a<b<c$

B. $b<c<a$

C. $b<a<c$

D. $c<a<b$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分.把答案填在题中的横线上)

9.(2021·全国甲卷·理科)曲线 $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ 在点$(-1,-3)$处的切线方程为________.

10.(2018·全国Ⅲ卷·理科)曲线 $y=(ax+1)e^{x}$ 在点$(0,1)$处的切线的斜率为-2,则$a=$________.

11.(2022·新高考Ⅱ卷)曲线 $y=\ln|x|$经过坐标原点的两条切线方程分别为________________,

________________.

12.(2022·新高考Ⅰ卷)若曲线 $y=(x+a)e^{x}$ 有两条过坐标原点的切线,则 a 的取值范围是__________.

13.(2021·新高考Ⅱ卷)已知函数 $f(x)=|e^{x}-1|$,$x_1<0$,$x_2>0$,函数 $f(x)$的图象在点 $A(x_1,f(x_1))$和点 $B(x_2,f(x_2))$的两条切线互相垂直,且分别交 y 轴于M,N 两点,则$\dfrac{|AM|}{|BN|}$的取值范围是________.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 80 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

14.(本小题满分 12 分)

(2022·新高考Ⅱ卷)已知函数 $f(x)=xe^{ax}-e^{x}$.

(1)当 $a=1$ 时,讨论 $f(x)$的单调性;

(2)当 $x>0$ 时,$f(x)<-1$,求 a 的取值范围;

(3)设 $n\in\mathbf{N}^{*}$,证明:$\dfrac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}>\ln(n+1)$.

15.(本小题满分 12 分)

(2021·全国甲卷·理科)已知 $a>0$ 且 $a\neq1$,函数 $f(x)=\frac{x^a}{a^x}(x>0)$.

(1)当 $a=2$ 时,求 $f(x)$的单调区间;

(2)若曲线 $y=f(x)$与直线 $y=1$ 有且仅有两个交点,求 a 的取值范围.

16.(本小题满分 14 分)

(2022·北京卷)已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x\ln(1+x)$.

(Ⅰ)求曲线 $y=f(x)$在$(0,f(0))$处的切线方程;

(Ⅱ)设 $g(x)=f'(x)$,讨论 $g(x)$在$[0,+\infty)$上的单调性;

(Ⅲ)证明:对任意的 $s,t\in(0,+\infty)$,有 $f(s+t)>f(s)+f(t)$.

17.(本小题满分 14 分)

(2020·天津卷)已知函数 $f(x)=x^3+k\ln x(k\in\mathbf{R})$,$f'(x)$为 $f(x)$的导函数.

(1)当 $k=6$ 时,

(ⅰ)求曲线 $y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程;

(ⅱ)求函数 $g(x)=f(x)-f'(x)+\frac{9}{x}$的单调区间和极值;

(2)当 $k\geqslant-3$ 时,求证:对任意的 $x_1,x_2\in[1,+\infty)$,且 $x_1>x_2$,有$\frac{f'(x_1)+f'(x_2)}{2}>\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$.

18.(本小题满分 14 分)

(2022·新高考Ⅰ卷)已知函数 $f(x)=e^x-ax$ 和 $g(x)=ax-\ln x$ 有相同的最小值.

(1)求 a;

(2)证明:存在直线 $y=b$,其与两条曲线 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 共有三个不同的交点,并且从左到右的三个交点的横坐标成等差数列.

19.(本小题满分 14 分)

(2020·浙江卷)已知 $1<a\leqslant 2$,函数 $f(x)=e^x-x-a$,其中 $e=2.718\ 28\cdots$是自然对数的底数.

(1)证明:函数 $y=f(x)$在$(0,+\infty)$上有唯一零点;

(2)记 x_0 为函数 $y=f(x)$在$(0,+\infty)$上的零点,证明:

(ⅰ)$\sqrt{a-1}\leqslant x_0\leqslant\sqrt{2(a-1)}$;

(ⅱ)$x_0 f(e^{x_0})\geqslant(e-1)(a-1)a$.

最新 5 年高考真题分类优化精练·数学卷(十六)

空间向量与立体几何(二)

满分分值:150 分

本卷主要精练内容:空间几何体的表面积和体积,空间中直线与平面、平面与平面的位置关系,空间向量在立体几何中的运用。

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 6 分,共 72 分.其中第 3,8,10 题为多选题,其余题在给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1.(2020·天津卷)若棱长为 $2\sqrt{3}$ 的正方体的顶点都在同一球面上,则该球的表面积为

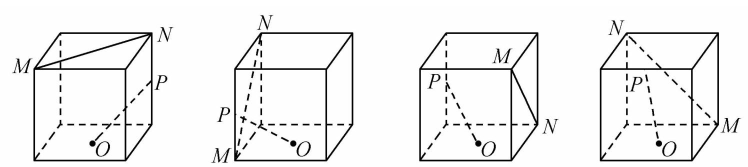
A. 12π　　B. 24π

C. 36π　　D. 144π

2.(2022·新高考Ⅰ卷)南水北调工程缓解了北方一些地区水资源短缺问题,其中一部分水蓄入某水库,已知该水库水位为海拔 148.5 m 时,相应水面的面积为 140 km^2;水位为海拔 157.5 m 时,相应水面的面积为 180 km^2.将该水库在这两个水位间的形状看作一个棱台,则该水库水位从海拔 148.5 m 上升到 157.5 m 时,增加的水量约为($\sqrt{7}\approx 2.65$)

A. $1.0\times10^9\ m^3$　　B. $1.2\times10^9\ m^3$　　C. $1.4\times10^9\ m^3$　　D. $1.6\times10^9\ m^3$

3.[多选题](2021·新高考Ⅱ卷)如图,在正方体中,O 为底面的中心,P 为所在棱的中点,M,N 为正方体的顶点,则满足 $MN\perp OP$ 的是



A　　B　　C　　D

4.(2020·山东卷)日晷是中国古代用来测定时间的仪器,利用与晷面垂直的晷针投射到晷面的影子来测定时间.把地球看成一个球(球心记为 O),地球上一点 A 的纬度是指 OA 与地球赤道所在平面所成角,点 A 处的水平面是指过点 A 且与 OA 垂直的平面.在点 A 处放置一个日晷,若晷面与赤道所在平面平行,点 A 处的纬度为北纬 40°,则晷针与点 A 处的水平面所成角为

A. 20°　　B. 40°

C. 50°　　D. 90°

5.(2020·全国Ⅱ卷·文科)已知$\triangle ABC$ 是面积为$\frac{9\sqrt{3}}{4}$的等边三角形,且其顶点都在球 O 的球面上.若球 O 的表面积为 16π,则 O 到平面 ABC 的距离为

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6.(2018·全国Ⅱ卷·文科)在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,E 为棱 CC_1 的中点,则异面直线 AE 与 CD 所成角的正切值为

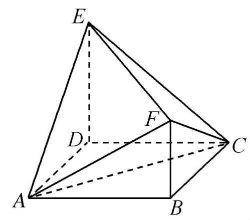
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

7.(2018・全国Ⅰ卷・理科)已知正方体的棱长为1,每条棱所在直线与平面α所成的角都相等,则α截此正方体所得截面面积的最大值为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8.[多选题](2022・新高考Ⅱ卷)如图,四边形$ABCD$为正方形,$ED\perp$平面$ABCD$,$FB/\!/ED$,$AB=ED=2FB$,记三棱锥$E-ACD$,$F-ABC$,$F-ACE$的体积分别为V_1,V_2,V_3,则



A. $V_3=2V_2$　　B. $V_3=V_1$

C. $V_3=V_1+V_2$　　D. $2V_3=3V_1$

9.(2022・全国乙卷・理科)已知球O的半径为1,四棱锥的顶点为O,底面的四个顶点均在球O的球面上,则当该四棱锥的体积最大时,其高为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10.[多选题](2021・新高考Ⅰ卷)在正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,$AB=AA_1=1$,点P满足$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BB_1}$,其中$\lambda\in[0,1]$,$\mu\in[0,1]$,则

A. 当$\lambda=1$时,$\triangle AB_1P$的周长为定值

B. 当$\mu=1$时,三棱锥$P-A_1BC$的体积为定值

C. 当$\lambda=\frac{1}{2}$时,有且仅有一个点P,使得$A_1P\perp BP$

D. 当$\mu=\frac{1}{2}$时,有且仅有一个点P,使得$A_1B\perp$平面AB_1P

11.(2022・新高考Ⅰ卷)已知正四棱锥的侧棱长为l,其各顶点都在同一球面上.若该球的体积为36π,且$3\leqslant l\leqslant 3\sqrt{3}$,则该正四棱锥体积的取值范围是

A. $\left[18,\frac{81}{4}\right]$　　B. $\left[\frac{27}{4},\frac{81}{4}\right]$

C. $\left[\frac{27}{4},\frac{64}{3}\right]$　　D. $[18,27]$

12.(2021・全国甲卷・理科)已知A,B,C是半径为1的球O的球面上的三个点,且$AC\perp BC$,$AC=BC=1$,则三棱锥$O-ABC$的体积为

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

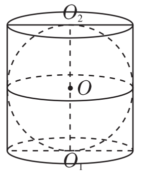
选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

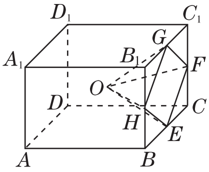
二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分.把答案填在题中的横线上)

13.(2020・全国Ⅲ卷・理科)已知圆锥的底面半径为1,母线长为3,则该圆锥内半径最大的球的体积为________.

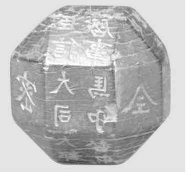
14.(全国Ⅰ卷·理科)如图，在圆柱 O_1O_2 内有一个球 O，该球与圆柱的上、下底面及母线均相切，记圆柱 O_1O_2 的体积为 V_1，球 O 的体积为 V_2，则$\frac{V_1}{V_2}$的值是________.



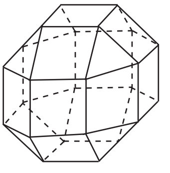
15.(2019·全国Ⅲ卷·理科)学生到工厂劳动实践，利用 3D 打印技术制作模型. 如图，该模型为长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 挖去四棱锥 $O\text{-}EFGH$ 后所得的几何体. 其中 O 为长方体的中心，E,F,G,H 分别为所在棱的中点，$AB=BC=6$ cm，$AA_1=4$ cm. 3D 打印所用原料密度为 0.9 g/cm^3，不考虑打印损耗，制作该模型所需原料的质量为________g.



16.(2019·全国Ⅱ卷·文科)中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一. 印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”(图①). 半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体. 半正多面体体现了数学的对称美. 图②是一个棱数为 48 的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为 1. 则该半正多面体共有________个面，其棱长为________.



①



②

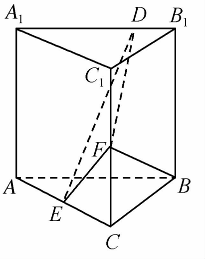
三、**解答题**(本大题共 4 小题，共 58 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

17.(本小题满分 14 分)

(2021·全国甲卷·理科)已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 AA_1B_1B 为正方形，$AB=BC=2$，E，F 分别为 AC 和 CC_1 的中点，D 为棱 A_1B_1 上的点，$BF\perp A_1B_1$.

(1)证明：$BF\perp DE$；

(2)当 B_1D 为何值时，面 BB_1C_1C 与面 DFE 所成的二面角的正弦值最小？



18.(本小题满分 14 分)

(2022·北京卷)如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 BCC_1B_1 为正方形,平面 $BCC_1B_1\perp$平面 ABB_1A_1,$AB=BC=2$,M,N 分别为 A_1B_1,AC 的中点.

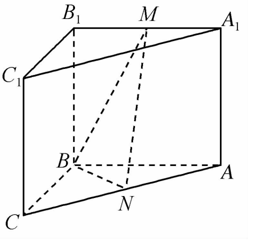
(Ⅰ)求证:MN∥平面 BCC_1B_1;

(Ⅱ)再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知,求直线 AB 与平面 BMN 所成角的正弦值.

条件①:$AB\perp MN$;

条件②:$BM=MN$.

注:如果选择条件①和条件②分别解答,按第一个解答计分.

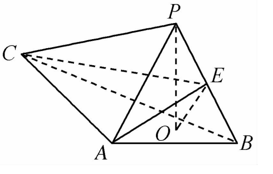


19.(本小题满分 15 分)

(2022·新高考Ⅱ卷)如图,PO 是三棱锥 $P-ABC$ 的高,$PA=PB$,$AB\perp AC$,E 为 PB 的中点.

(1)证明:OE∥平面 PAC;

(2)若$\angle ABO=\angle CBO=30°$,$PO=3$,$PA=5$,求二面角 $C-AE-B$ 的正弦值.



20.(本小题满分 15 分)

(2020·全国Ⅱ卷·理科)如图,已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是正三角形,侧面 BB_1C_1C 是矩形,M,N 分别为 BC,B_1C_1 的中点,P 为 AM 上一点. 过 B_1C_1 和 P 的平面交 AB 于 E,交 AC 于 F.

(1)证明:AA_1∥MN,且平面 $A_1AMN\perp$平面 EB_1C_1F;

(2)设 O 为$\triangle A_1B_1C_1$ 的中心. 若 AO∥平面 EB_1C_1F,且 $AO=AB$,求直线 B_1E 与平面 A_1AMN 所成角的正弦值.