最新5年高考真题分类优化精练

编 写 说 明

《最新5年高考真题分类优化精练》包括语文、数学(文理)、英语、物理、化学、生物、思想政治、历史、地理等九大学科,其中语文、数学(文理)、英语每科20套,物理、化学、生物、思想政治、历史、地理每科16套。本套试卷是由全国各地教研员根据最近5年高考全国卷及各地方版高考卷精心选编而成。

《最新5年高考真题分类优化精练》具有如下特点:

1. 真题分类科学、合理,准确性高

依据教材目录顺序,切准考点,精准复习。选题紧扣教材章节内容,主要突出主干知识点和重难点,使考生复习时有的放矢,极大提高复习备考效率。

2. 试题选取典型、突出,针对性强

通过高考真题在各重要知识点上的表现形式和频率,选取与最新考试大纲和考试说明要求高度一致的典型真题,从而提高复习备考的针对性和有效性。

3. 内容选编丰富、翔实,导向性准

本卷选题以全国卷为主,部分选编北京、天津、上海、江苏、浙江等地方省市的自主命题,以便学生拓展视野,熟悉各种不同风格的题型,导向精准。

4. 答案解析科学、详尽,实用性强

为满足广大高三师生复习备考的需要,本卷均配有详细精准的答案和解析,能使考生全面理解高考的命题角度和解题思路,极大提升考生的解题能力和应试技巧。

《最新5年高考真题分类优化精练》是对"高考大纲"和"考试说明"的最好诠释,也是对命题规律和趋势最好的解读,更是学生一轮复习备考阶段的必备参考资料。

《最新5年高考真题分类优化精练》编委会

2023年1月

理科数学目录

CONTENTS

理科数学卷(六)参考答案

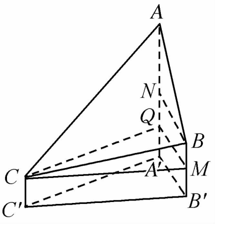
1. A　由余弦定理得 $AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos C$，即 $13=AC^2+9-2AC\times3\times\cos120^\circ$，化简得 $AC^2+3AC-4=0$，解得 $AC=1$ 或 $AC=-4$(舍去).

2. C　$\because S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}=\frac{2ab\cos C}{4}=\frac{1}{2}ab\cos C$，$\therefore\sin C=\cos C$，即 $\tan C=1$.

$\because C\in(0,\pi)$，$\therefore C=\frac{\pi}{4}$. 故选 C.

3. A　$\because\cos C=\frac{2}{3}$，$AC=4$，$BC=3$，$\therefore AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cos C=16+9-2\times4\times3\times\frac{2}{3}=9$，$\therefore AB=3$. $\therefore\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{9+9-16}{2\times3\times3}=\frac{1}{9}$.

4. B　作 $CM\perp BB'$，垂足为 M，作 $BN\perp AA'$，垂足为 N，由题意得 $BM=100$，$\angle BCM=15^\circ$，$\angle ABN=45^\circ$，即 $CM=100\tan75^\circ=B'C'$.



所以 $BN=B'A'=\frac{B'C'\sin45^\circ}{\sin75^\circ}=\frac{100\tan75^\circ\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin75^\circ}=\frac{50\sqrt{2}\cdot\sin75^\circ}{\cos75^\circ\cdot\sin75^\circ}=\frac{50\sqrt{2}}{\cos75^\circ}$，所以 $AN=BN=\frac{50\sqrt{2}}{\cos75^\circ}=\frac{50\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}=\frac{200}{\sqrt{3}-1}\approx273$. 作 $CQ\perp AA'$，垂足为 Q，

又 $AQ=AA'-CC'=AN+NQ=(BB'-CC')+AN=100+273=373$. 故选 B.

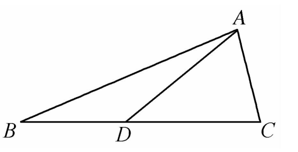
5. A　$\because\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\therefore\cos C=2\cos^2\frac{C}{2}-1=2\times\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2-1=-\frac{3}{5}$. 在$\triangle ABC$ 中，由余弦定理，得 $AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos C=5^2+1^2-2\times5\times1\times\left(-\frac{3}{5}\right)=32$，$\therefore AB=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$. 故选 A.

6. A　$\because$等式右边$=\sin A\cos C+(\sin A\cos C+\cos A\sin C)=\sin A\cos C+\sin(A+C)=\sin A\cos C+\sin B$，等式左边$=\sin B+2\sin B\cos C$，$\therefore\sin B+2\sin B\cos C=\sin A\cos C+\sin B$. 由 $\cos C>0$，得 $\sin A=2\sin B$. 根据正弦定理，得 $a=2b$.

7. 1　由正弦定理得$\frac{\sin A}{\sin C}=\frac{a}{c}$，由余弦定理得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，$\because a=4$，$b=5$，$c=6$，

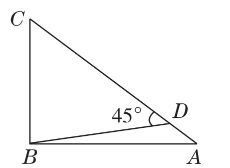
$\therefore\frac{\sin2A}{\sin C}=\frac{2\sin A\cos A}{\sin C}=2\cdot\frac{\sin A}{\sin C}\cdot\cos A=2\times\frac{4}{6}\times\frac{5^2+6^2-4^2}{2\times5\times6}=1$.

8. $\sqrt{3}-1$　设 $CD=2BD=2m>0$，则在$\triangle ABD$ 中，$AB^2=BD^2+AD^2-2BD\cdot AD\cos\angle ADB=m^2+4+2m$，在$\triangle ACD$ 中，$AC^2=CD^2+AD^2-2CD\cdot AD\cos\angle ADC=4m^2+4-4m$，所以$\frac{AC^2}{AB^2}=\frac{4m^2+4-4m}{m^2+4+2m}=\frac{4(m^2+4+2m)-12(1+m)}{m^2+4+2m}=4-\frac{12}{(m+1)+\frac{3}{m+1}}\geqslant4-\frac{12}{2\sqrt{(m+1)\cdot\frac{3}{m+1}}}=4-2\sqrt{3}$，当且仅当 $m+1=\frac{3}{m+1}$，即 $m=\sqrt{3}-1$ 时等号成立，所以当$\frac{AC}{AB}$取最小值时，$m=\sqrt{3}-1$.



9. $2\sqrt{2}$　$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{3}}{4}ac=\sqrt{3}$，所以 $ac=4$. 由余弦定理，得 $b^2=a^2+c^2-ac=3ac-ac=2ac=8$，所以 $b=2\sqrt{2}$.

10. $\frac{12\sqrt{2}}{5}$　$\frac{7\sqrt{2}}{10}$　如图，易知 $\sin\angle C=\frac{4}{5}$，$\cos\angle C=\frac{3}{5}$.



在$\triangle BDC$ 中，由正弦定理可得$\frac{BD}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle BDC}$，

$\therefore BD=\frac{BC\cdot\sin\angle C}{\sin\angle BDC}=\frac{3\times\frac{4}{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{12\sqrt{2}}{5}$.

由$\angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=90^\circ$，

可得$\cos\angle ABD=\cos(90^\circ-\angle CBD)=\sin\angle CBD$

$=\sin[\pi-(\angle C+\angle BDC)]$

$=\sin(\angle C+\angle BDC)$

$=\sin\angle C\cdot\cos\angle BDC+\cos\angle C\cdot\sin\angle BDC$

$=\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

11. $6\sqrt{3}$　由余弦定理得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$. 又$\because b=6,a=2c,B=\frac{\pi}{3}$，$\therefore 36=4c^2+c^2-2\times 2c^2\times\frac{1}{2}$，$\therefore c=2\sqrt{3}$，$a=4\sqrt{3}$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$.

12. $-\frac{1}{4}$　在$\triangle ABC$中，$AB\perp AC$，$AC=1$，$AB=\sqrt{3}$，所以$BC=2$. 在$\triangle ABD$中，$AB\perp AD$，$AD=\sqrt{3}$，$AB=\sqrt{3}$，所以$BD=\sqrt{6}$. 在$\triangle ACE$中，$AC=1$，$AE=AD=\sqrt{3}$，$\angle CAE=30^\circ$，由余弦定理得$CE^2=AC^2+AE^2-2AC\cdot AE\cdot\cos\angle CAE=1+3-2\times 1\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1$，所以$CE=1$. 在$\triangle BCF$中，$BC=2$，$FC=CE=1$，$BF=BD=\sqrt{6}$，由余弦定理得$\cos\angle FCB=\frac{FC^2+BC^2-FB^2}{2FC\cdot BC}=\frac{1+4-6}{2\times 1\times 2}=-\frac{1}{4}$.

13. 解：(1)由正弦定理和已知条件得$BC^2-AC^2-AB^2=AC\cdot AB$. ①

由余弦定理得$BC^2=AC^2+AB^2-2AC\cdot AB\cos A$. ②

由①，②得$\cos A=-\frac{1}{2}$. 因为$0<A<\pi$，所以$A=\frac{2\pi}{3}$.

(2)由正弦定理及(1)得$\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}=2\sqrt{3}$，从而

$AC=2\sqrt{3}\sin B$，$AB=2\sqrt{3}\sin(\pi-A-B)=3\cos B-\sqrt{3}\sin B$.

故$BC+AC+AB=3+\sqrt{3}\sin B+3\cos B=3+2\sqrt{3}\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)$.

又$0<B<\frac{\pi}{3}$，

所以当$B=\frac{\pi}{6}$时，$\triangle ABC$周长取得最大值$3+2\sqrt{3}$.

14. 解：(1)在$\triangle ABD$中，由正弦定理得$\frac{BD}{\sin\angle A}=\frac{AB}{\sin\angle ADB}$，

即$\frac{5}{\sin 45^\circ}=\frac{2}{\sin\angle ADB}$，所以$\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{2}}{5}$.

由题设知，$\angle ADB<90^\circ$，所以$\cos\angle ADB=\sqrt{1-\frac{2}{25}}=\frac{\sqrt{23}}{5}$.

(2)由题设及(1)知，$\cos\angle BDC=\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{2}}{5}$.

在$\triangle BCD$中，由余弦定理得$BC^2=BD^2+DC^2-2BD\cdot DC\cdot\cos\angle BDC=25+8-2\times 5\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{5}=25$，

所以$BC=5$.

15. 解：(1)由已知得$\sin^2 B+\sin^2 C-\sin^2 A=\sin B\sin C$，

故由正弦定理得$b^2+c^2-a^2=bc$.

由余弦定理得$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$.

因为$0^\circ<A<180^\circ$，所以$A=60^\circ$.

(2)由(1)知$B=120^\circ-C$，

由题设及正弦定理得$\sqrt{2}\sin A+\sin(120^\circ-C)=2\sin C$，

即$\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+\frac{1}{2}\sin C=2\sin C$，可得$\cos(C+60^\circ)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

因为$0^\circ<C<120^\circ$，所以$\sin(C+60^\circ)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故$\sin C=\sin(C+60^\circ-60^\circ)$

$=\sin(C+60^\circ)\cos 60^\circ-\cos(C+60^\circ)\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

最新 5 年高考真题分类优化精练·理科数学卷(六)

解三角形

满分分值:150 分

本卷主要精练内容:解三角形。

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 6 分,共 36 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1.(天津卷·理科)在$\triangle ABC$中,若$AB=\sqrt{13}$,$BC=3$,$\angle C=120^\circ$,则$AC=$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

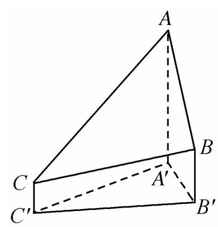
2.(2018·全国Ⅲ卷·理科)$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c.若$\triangle ABC$的面积为$\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$,则$C=$

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

3.(2020·全国Ⅲ卷·理科)在$\triangle ABC$中,$\cos C=\frac{2}{3}$,$AC=4$,$BC=3$,则$\cos B=$

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

4.(2021·全国甲卷·理科)2020 年 12 月 8 日,中国和尼泊尔联合公布珠穆朗玛峰最新高程为 8 848.86(单位:m),三角高程测量法是珠峰高程测量方法之一.右图是三角高程测量法的一个示意图,现有A,B,C三点,且A,B,C在同一水平面上的投影A',B',C'满足$\angle A'C'B'=45^\circ$,$\angle A'B'C'=60^\circ$.由C点测得B点的仰角为15°,BB'与CC'的差为 100;由B点测得A点的仰角为45°,则A,C两点到水平面$A'B'C'$的高度差$AA'-CC'$约为($\sqrt{3}\approx1.732$)



A. 346　　B. 373　　C. 446　　D. 473

5.(2018·全国Ⅱ卷·理科)在$\triangle ABC$中,$\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,$BC=1$,$AC=5$,则$AB=$

A. $4\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{30}$　　C. $\sqrt{29}$　　D. $2\sqrt{5}$

6.(山东卷·理科)在$\triangle ABC$中,角A,B,C的对边分别为a,b,c.若$\triangle ABC$为锐角三角形,且满足$\sin B(1+2\cos C)=2\sin A\cos C+\cos A\sin C$,则下列等式成立的是

A. $a=2b$　　B. $b=2a$　　C. $A=2B$　　D. $B=2A$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6
答案						

二、**填空题**(本大题共 6 小题,每小题 7 分,共 42 分.把答案填在题中的横线上)

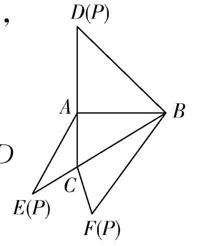
7.(北京卷·理科)在△ABC 中,$a=4$,$b=5$,$c=6$,则$\dfrac{\sin 2A}{\sin C}=$________.

8.(2022·全国甲卷·理科)已知△ABC 中,点 D 在边 BC 上,$\angle ADB=120^\circ$,$AD=2$,$CD=2BD$,当$\dfrac{AC}{AB}$取得最小值时,$BD=$________.

9.(2021·全国乙卷·理科)记△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,面积为$\sqrt{3}$,$B=60^\circ$,$a^2+c^2=3ac$,则 $b=$________.

10.(2019·浙江卷)在△ABC 中,$\angle ABC=90^\circ$,$AB=4$,$BC=3$,点 D 在线段 AC 上.若$\angle BDC=45^\circ$,则 $BD=$________,$\cos\angle ABD=$________.

11.(2019·全国Ⅱ卷·理科)△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c.若 $b=6$,$a=2c$,$B=\dfrac{\pi}{3}$,则△ABC 的面积为________.



12.(2020·全国Ⅰ卷·理科)如图,在三棱锥 $P-ABC$ 的平面展开图中,$AC=1$,$AB=AD=\sqrt{3}$,$AB\perp AC$,$AB\perp AD$,$\angle CAE=30^\circ$,则 $\cos\angle FCB=$__________.

三、**解答题**(本大题共 6 小题,共 72 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

13.(本小题满分 12 分)

(2020·全国Ⅱ卷·理科)△ABC 中,$\sin^2A-\sin^2B-\sin^2C=\sin B\sin C$.

(1)求 A;

(2)若 $BC=3$,求△ABC 周长的最大值.

14.(本小题满分 12 分)

(2018·全国Ⅰ卷·理科)在平面四边形 $ABCD$ 中,$\angle ADC=90^\circ$,$\angle A=45^\circ$,$AB=2$,$BD=5$.

(1)求 $\cos\angle ADB$;

(2)若 $DC=2\sqrt{2}$,求 BC.

15.(本小题满分 12 分)

(2019·全国Ⅰ卷·理科)$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 设 $(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$.

(1)求 A;

(2)若$\sqrt{2}a+b=2c$,求 $\sin C$.

16.(本小题满分 12 分)

(2022·全国乙卷·理科)记$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $\sin C\sin(A-B)=\sin B\sin(C-A)$.

(1)证明:$2a^2=b^2+c^2$;

(2)若 $a=5,\cos A=\frac{25}{31}$,求$\triangle ABC$ 的周长.

17.(本小题满分 12 分)

(2022·全国Ⅰ卷·新高考)记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c,已知$\frac{\cos A}{1+\sin A}=\frac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$.

(1)若$C=\frac{2\pi}{3}$,求B;

(2)求$\frac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值.

18.(本小题满分 12 分)

(2019·全国Ⅲ卷·理科)$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c,已知$a\sin\frac{A+C}{2}=b\sin A$.

(1)求B;

(2)若$\triangle ABC$为锐角三角形,且$c=1$,求$\triangle ABC$面积的取值范围.

最新 5 年高考真题分类优化精练·理科数学卷(十三)

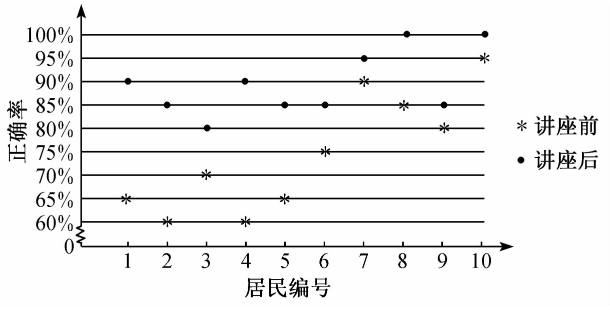
概率、统计、统计案例、算法、计数原理、随机变量及其分布(一)

满分分值:150 分

本卷主要精练内容:概率、统计、统计案例、算法、计数原理、随机变量及其分布。

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 6 分,共 72 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1.(2022·全国甲卷·理科)某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识.为了解讲座效果,随机抽取 10 位社区居民,让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷,这 10 位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如下图:



则

A. 讲座前问卷答题的正确率的中位数小于 70%

B. 讲座后问卷答题的正确率的平均数大于 85%

C. 讲座前问卷答题的正确率的标准差小于讲座后正确率的标准差

D. 讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

2.(2019·全国Ⅲ卷·理科)《西游记》《三国演义》《水浒传》和《红楼梦》是中国古典文学瑰宝,并称为中国古典小说四大名著.某中学为了解本校学生阅读四大名著的情况,随机调查了 100 位学生,其中阅读过《西游记》或《红楼梦》的学生共有 90 位,阅读过《红楼梦》的学生共有 80 位,阅读过《西游记》且阅读过《红楼梦》的学生共有 60 位,则该校阅读过《西游记》的学生人数与该校学生总数比值的估计值为

A. 0.5　　B. 0.6　　C. 0.7　　D. 0.8

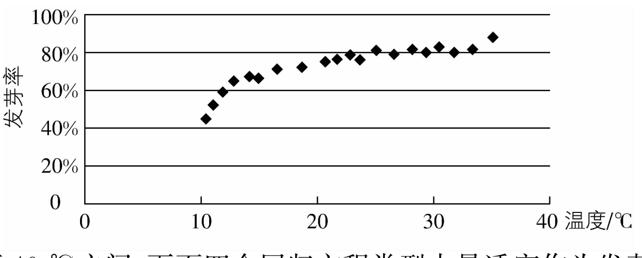
3.(2022·全国Ⅱ卷·新高考)甲乙丙丁戊 5 名同学站成一排参加文艺汇演,若甲不站在两端,丙和丁相邻的不同排列方式有

A. 12 种　　B. 24 种　　C. 36 种　　D. 48 种

4.(2020·全国Ⅰ卷·理科)$\left(x+\frac{y^2}{x}\right)(x+y)^5$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为

A. 5　　B. 10　　C. 15　　D. 20

5.(2020·全国Ⅰ卷·理科)某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x(单位:℃)的关系,在 20 个不同的温度条件下进行种子发芽实验,由实验数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,20)$ 得到下面的散点图:



由此散点图,在 10 ℃至 40 ℃之间,下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是

A. $y=a+bx$　　B. $y=a+bx^2$　　C. $y=a+be^x$　　D. $y=a+b\ln x$

6.(2020·山东卷)6 名同学到甲、乙、丙三个场馆做志愿者,每名同学只去 1 个场馆,甲场馆安排 1 名,乙场馆安排 2 名,丙场馆安排 3 名,则不同的安排方法共有

A. 120 种　　B. 90 种　　C. 60 种　　D. 30 种

7.(2021·全国甲卷·理科)将 4 个 1 和 2 个 0 随机排成一行,则 2 个 0 不相邻的概率为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{4}{5}$

8.(2021·全国乙卷·理科)将 5 名北京冬奥会志愿者分配到花样滑冰、短道速滑、冰球和冰壶 4 个项目进行培训,每名志愿者只分配到 1 个项目,每个项目至少分配 1 名志愿者.则不同的分配方案共有

A. 60 种　　B. 120 种　　C. 240 种　　D. 480 种

9.(2022·全国Ⅰ卷·新高考)从 2 至 8 的 7 个整数中随机取 2 个不同的数,则这 2 个数互质的概率为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

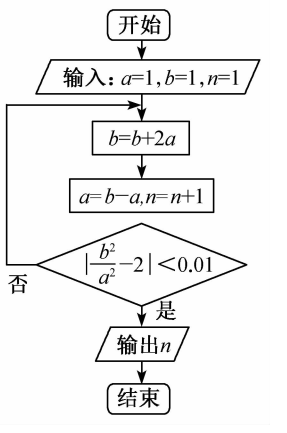
10.(2022·全国乙卷·理科)执行右边的程序框图,输出的 $n=$

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6



11.(2021·全国Ⅰ卷·新高考)有 6 个相同的球,分别标有数字 1,2,3,4,5,6,从中有放回的随机取两次,每次取 1 个球,甲表示事件“第一次取出的球的数字是 1”,乙表示事件“第二次取出的球的数字是 2”,丙表示事件“两次取出的球的数字之和是 8”,丁表示事件“两次取出的球的数字之和是 7”,则

A. 甲与丙相互独立　　B. 甲与丁相互独立

C. 乙与丙相互独立　　D. 丙与丁相互独立

12.(2022·全国乙卷·理科)某棋手与甲、乙、丙三位棋手各比赛一盘,各盘比赛结果相互独立.已知该棋手与甲、乙、丙比赛获胜的概率分别为 p_1,p_2,p_3,且 $p_3>p_2>p_1>0$.记该棋手连胜两盘的概率为 p,则

A. p 与该棋手和甲、乙、丙的比赛次序无关　　B. 该棋手在第二盘与甲比赛,p 最大

C. 该棋手在第二盘与乙比赛,p 最大　　D. 该棋手在第二盘与丙比赛,p 最大

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中的横线上)

13.(2022·全国乙卷·理科)从甲、乙等 5 名同学中随机选 3 名参加社区服务工作,则甲、乙都入选的概率为________.

14.(2018·浙江卷)二项式 $\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{2x}\right)^8$ 的展开式的常数项是________.

15.(2019·全国Ⅰ卷·理科)甲、乙两队进行篮球决赛,采取七场四胜制(当一队赢得四场胜利时,该队获胜,决赛结束).根据前期比赛成绩,甲队的主客场安排依次为“主主客客主客主”.设甲队主场取胜的概率为 0.6,客场取胜的概率为 0.5,且各场比赛结果相互独立,则甲队以 4∶1 获胜的概率是________.

16.(2022·全国Ⅰ卷·新高考)$\left(1-\frac{y}{x}\right)(x+y)^8$ 的展开式中 x^2y^6 的系数为________(用数字作答).

三、解答题(本大题共 4 小题,共 58 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

17.(本小题满分 14 分)

(2021·全国甲卷·理科)甲、乙两台机床生产同种产品,产品按质量分为一级品和二级品,为了比较两台机床产品的质量,分别用两台机床各生产了 200 件产品,产品的质量情况统计如下表:

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

(1)甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少?

(2)能否有 99%的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异?

附:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

.

18.(本小题满分 14 分)

(2020·全国Ⅱ卷·理科)某沙漠地区经过治理,生态系统得到很大改善,野生动物数量有所增加.为调查该地区某种野生动物的数量,将其分成面积相近的 200 个地块,从这些地块中用简单随机抽样的方法抽取 20 个作为样区,调查得到样本数据$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,20)$,其中 x_i 和 y_i 分别表示第 i 个样区的植物覆盖面积(单位:公顷)和这种野生动物的数量,并计算得$\sum\limits_{i=1}^{20}x_i=60$,$\sum\limits_{i=1}^{20}y_i=1\ 200$,$\sum\limits_{i=1}^{20}(x_i-\overline{x})^2=80$,$\sum\limits_{i=1}^{20}(y_i-\overline{y})^2=9\ 000$,$\sum\limits_{i=1}^{20}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=800$.

(1)求该地区这种野生动物数量的估计值(这种野生动物数量的估计值等于样区这种野生动物数量的平均数乘地块数);

(2)求样本$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,20)$的相关系数(精确到 0.01);

(3)根据现有统计资料,各地块间植物覆盖面积差异很大.为提高样本的代表性以获得该地区这种野生动物数量更准确的估计,请给出一种你认为更合理的抽样方法,并说明理由.

附:相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$,$\sqrt{2}\approx1.414$.

19.(本小题满分 15 分)

(2020・全国Ⅰ卷・理科)甲、乙、丙三位同学进行羽毛球比赛,约定赛制如下:

累计负两场者被淘汰;比赛前抽签决定首先比赛的两人,另一人轮空;每场比赛的胜者与轮空者进行下一场比赛,负者下一场轮空,直至有一人被淘汰;当一人被淘汰后,剩余的两人继续比赛,直至其中一人被淘汰,另一人最终获胜,比赛结束.

经抽签,甲、乙首先比赛,丙轮空.设每场比赛双方获胜的概率都为$\frac{1}{2}$.

(1)求甲连胜四场的概率;

(2)求需要进行第五场比赛的概率;

(3)求丙最终获胜的概率.

20.(本小题满分 15 分)

(2022・全国Ⅰ卷・新高考)一医疗团队为研究某地的一种地方性疾病与当地居民的卫生习惯(卫生习惯分为良好和不够良好两类)的关系,在已患该疾病的病例中随机调查了 100 例(称为病例组),同时在未患该疾病的人群中随机调查了 100 人(称为对照组),得到如下数据:

	不够良好	良好
病例组	40	60
对照组	10	90

(1)能否有 99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异?

(2)从该地的人群中任选一人,A 表示事件"选到的人卫生习惯不够良好",B 表示事件"选到的人患有该疾病",$\frac{P(B|A)}{P(\bar{B}|A)}$与$\frac{P(B|\bar{A})}{P(\bar{B}|\bar{A})}$的比值是卫生习惯不够良好对患该疾病风险程度的一项度量指标,记该指标为 R.

(ⅰ)证明:$R=\frac{P(A|B)}{P(\bar{A}|B)}\cdot\frac{P(\bar{A}|\bar{B})}{P(A|\bar{B})}$;

(ⅱ)利用该调查数据,给出 $P(A|B)$,$P(A|\bar{B})$的估计值,并利用(ⅰ)的结果给出 R 的估计值.

附:$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

.

最新 5 年高考真题分类优化精练·理科数学卷(十九)

解析几何(三)

满分分值:150 分

本卷主要精练内容:直线与方程,圆与方程,圆锥曲线与方程。

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 6 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1.(2022·北京卷)若直线 $2x+y-1=0$ 是圆 $(x-a)^2+y^2=1$ 的一条对称轴,则 $a=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. -1

2.(2021·全国Ⅱ卷·新高考)抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点到直线 $y=x+1$ 的距离为 $\sqrt{2}$,则 $p=$

A. 1　　B. 2

C. $2\sqrt{2}$　　D. 4

3.(2020·北京卷)设抛物线的顶点为 O,焦点为 F,准线为 l. P 是抛物线上异于 O 的一点,过 P 作 $PQ\perp l$ 于 Q,则线段 FQ 的垂直平分线

A. 经过点 O　　B. 经过点 P

C. 平行于直线 OP　　D. 垂直于直线 OP

4.(2021·全国Ⅰ卷·新高考)已知 F_1,F_2 是椭圆 C:$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 的两个焦点,点 M 在 C 上,则 $|MF_1|\cdot|MF_2|$ 的最大值为

A. 13　　B. 12　　C. 9　　D. 6

5.(2019·天津卷·理科)已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F,准线为 l.若 l 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两条渐近线分别交于点 A 和点 B,且 $|AB|=4|OF|$(O 为原点),则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$

C. 2　　D. $\sqrt{5}$

6.(2020·天津卷)设双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点和点 $(0,b)$ 的直线为 l.若 C 的一条渐近线与 l 平行,另一条渐近线与 l 垂直,则双曲线 C 的方程为

A. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$

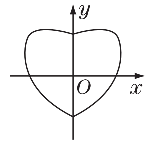
C. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　D. $x^2-y^2=1$

7.（2019·北京卷·理科）数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，曲线 C：$x^2+y^2=1+|x|y$ 就是其中之一（如图）．给出下列三个结论：

①曲线 C 恰好经过 6 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）；

②曲线 C 上任意一点到原点的距离都不超过$\sqrt{2}$；

③曲线 C 所围成的“心形”区域的面积小于 3.



其中，所有正确结论的序号是

A. ①　　B. ②　　C. ①②　　D. ①②③

8.（2018·全国Ⅰ卷·理科）已知双曲线 C：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$，O 为坐标原点，F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M，N. 若△OMN 为直角三角形，则 $|MN|=$

A. $\frac{3}{2}$　　B. 3　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

9.（2018·全国Ⅱ卷·理科）已知 F_1，F_2 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，A 是 C 的左顶点，点 P 在过 A 且斜率为$\frac{\sqrt{3}}{6}$的直线上，△PF_1F_2 为等腰三角形，$\angle F_1F_2P=120^\circ$，则 C 的离心率为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

10.（2019·全国Ⅰ卷·理科）已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，过 F_2 的直线与 C 交于 A，B 两点. 若 $|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则 C 的方程为

A. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$

C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 7 分，共 28 分. 把答案填在题中的横线上）

11.（2020·浙江卷）已知直线 $y=kx+b(k>0)$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 和圆 $(x-4)^2+y^2=1$ 均相切，则 $k=$__________，$b=$__________.

12.（2021·全国乙卷·理科）已知双曲线 C：$\frac{x^2}{m}-y^2=1(m>0)$ 的一条渐近线为$\sqrt{3}x+my=0$，则 C 的焦距为________.

13.（2021·全国Ⅱ卷·新高考）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为 2，则该双曲线的渐近线方程为__________.

14.（2022·全国Ⅰ卷·新高考）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$C$ 的上顶点为 A，两个焦点为 F_1，F_2，离心率为$\frac{1}{2}$，过 F_1 且垂直于 AF_2 的直线与 C 交于 D，E 两点，$|DE|=6$，则△ADE 的周长是________.

三、解答题（本大题共 4 小题，共 62 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤）

15.（本小题满分 15 分）

（2020·天津卷）已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为$A(0,-3)$，右焦点为$F$，且$|OA|=|OF|$，其中$O$为原点.

（1）求椭圆的方程；

（2）已知点C满足$3\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OF}$，点$B$在椭圆上（$B$异于椭圆的顶点），直线$AB$与以$C$为圆心的圆相切于点$P$，且$P$为线段$AB$的中点. 求直线$AB$的方程.

16.（本小题满分 15 分）

（2021·全国乙卷·理科）已知抛物线$C: x^2=2py(p>0)$的焦点为F，且F与圆$M: x^2+(y+4)^2=1$上点的距离的最小值为 4.

（1）求p；

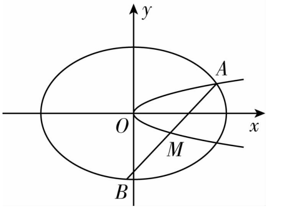
（2）若点P在M上，PA, PB是C的两条切线，A, B是切点，求$\triangle PAB$面积的最大值.

17.(本小题满分 16 分)

(2020·浙江卷)如图,已知椭圆 $C_1:\frac{x^2}{2}+y^2=1$,抛物线 $C_2:y^2=2px(p>0)$,点 A 是椭圆 C_1 与抛物线 C_2 的交点,过点 A 的直线 l 交椭圆 C_1 于点 B,交抛物线 C_2 于点 $M(B,M$ 不同于 $A)$.

(1)若 $p=\frac{1}{16}$,求抛物线 C_2 的焦点坐标;

(2)若存在不过原点的直线 l 使 M 为线段 AB 的中点,求 p 的最大值.



18.(本小题满分 16 分)

(2022·全国Ⅰ卷·新高考)已知点 $A(2,1)$ 在双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2-1}=1(a>1)$ 上,直线 l 交 C 于 P,Q 两点,直线 AP,AQ 的斜率之和为 0.

(1)求 l 的斜率;

(2)若 $\tan\angle PAQ=2\sqrt{2}$,求 $\triangle PAQ$ 的面积.