

编写说明

《最新5年高考真题分类优化精练》包括语文、数学(文理)、英语、物理、化学、生物、思想政治、历史、地理等九大学科,其中语文、数学(文理)、英语每科20套,物理、化学、生物、思想政治、历史、地理每科16套。本套试卷是由全国各地教研员根据最近5年高考全国卷及各地方版高考卷精心选编而成。

《最新5年高考真题分类优化精练》具有如下特点:

1. 真题分类科学、合理,准确性高

依据教材目录顺序,切准考点,精准复习。选题紧扣教材章节内容,主要突出主干知识点和重难点,使考生复习时有的放矢,极大提高复习备考效率。

2. 试题选取典型、突出,针对性强

通过高考真题在各重要知识点上的表现形式和频率,选取与最新考试大纲和考试说明要求高度一致的典型真题,从而提高复习备考的针对性和有效性。

3. 内容选编丰富、翔实,导向性准

本卷选题以全国卷为主,部分选编北京、天津、上海、江苏、浙江等地方省市的自主命题,以便学生拓展视野,熟悉各种不同风格的题型,导向精准。

4. 答案解析科学、详尽,实用性强

为满足广大高三师生复习备考的需要,本卷均配有详细精准的答案和解析,能使考生全面理解高考的命题角度和解题思路,极大提升考生的解题能力和应试技巧。

《最新5年高考真题分类优化精练》是对“高考大纲”和“考试说明”的最好诠释,也是对命题规律和趋势最好的解读,更是学生一轮复习备考阶段的必备参考资料。

《最新5年高考真题分类优化精练》编委会

2023年1月

文科数学目录

CONTENTS

- 文科数学卷(一) 集合、常用逻辑用语
- 文科数学卷(二) 函数的概念和性质
- 文科数学卷(三) 指数函数、对数函数、幂函数
- 文科数学卷(四) 函数与方程、函数的综合应用
- 文科数学卷(五) 三角函数、三角恒等变换
- 文科数学卷(六) 解三角形
- 文科数学卷(七) 平面向量
- 文科数学卷(八) 三角函数、三角恒等变换、解三角形、平面向量综合
- 文科数学卷(九) 数 列
- 文科数学卷(十) 不等式、导数的应用(一)
- 文科数学卷(十一) 不等式、导数的应用(二)
- 文科数学卷(十二) 推理与证明、复数、算法
- 文科数学卷(十三) 概率、统计、统计案例(一)
- 文科数学卷(十四) 概率、统计、统计案例(二)
- 文科数学卷(十五) 立体几何(一)
- 文科数学卷(十六) 立体几何(二)
- 文科数学卷(十七) 解析几何(一)
- 文科数学卷(十八) 解析几何(二)
- 文科数学卷(十九) 解析几何(三)
- 文科数学卷(二十) 选考模块综合

文科数学卷(六)参考答案

1. D $\because \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}, \therefore \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{b}{a}. \because 3a = 2b, \therefore \frac{b}{a} = \frac{3}{2}. \therefore \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{3}{2}.$

$$\therefore \frac{2\sin^2 B - \sin^2 A}{\sin^2 A} = 2\left(\frac{\sin B}{\sin A}\right)^2 - 1 = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1 = \frac{9}{2} - 1 = \frac{7}{2}.$$

2. C $\because S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4} = \frac{2ab\cos C}{4} = \frac{1}{2}ab\cos C, \therefore \sin C = \cos C, \text{即 } \tan C = 1.$

$$\because C \in (0, \pi), \therefore C = \frac{\pi}{4}. \text{ 故选 C.}$$

3. D 由余弦定理, 得 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos B$, 即 $BC^2 + 2BC - 15 = 0$, 解得 $BC = 3$ (负根舍). 故选 D.

4. A $\because a\sin A - b\sin B = 4c\sin C, \therefore$ 由正弦定理得 $a^2 - b^2 = 4c^2$, 即 $a^2 = 4c^2 + b^2$. 由余弦定理得 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{b^2 + c^2 - (4c^2 + b^2)}{2bc} = \frac{-3c^2}{2bc} = -\frac{1}{4}, \therefore \frac{b}{c} = 6$. 故选 A.

5. A $\because \cos \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \therefore \cos C = 2\cos^2 \frac{C}{2} - 1 = 2 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{3}{5}.$

在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理, 得 $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C = 5^2 + 1^2 - 2 \times 5 \times 1 \times \left(-\frac{3}{5}\right) = 32, \therefore AB = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$. 故选 A.

6. D 如图, AD 为 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高. 设 $BC = a$,

由题意知 $AD = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}a, B = \frac{\pi}{4}$, 易知 $BD = AD = \frac{1}{3}a, DC = \frac{2}{3}a$.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理得, $AB = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 + \left(\frac{1}{3}a\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}a$.

同理, 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AC = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}a$.

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2}BC \cdot AD,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{3}a \times \frac{\sqrt{5}}{3}a \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{3}a, \therefore \sin \angle BAC = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

7. C 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理可得 $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C = 16 + 9 - 2 \times 4 \times 3 \times \frac{2}{3} = 9$, 所以 $AB = 3$, 则 $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{1}{9}$. 又因为 $B \in (0, \pi)$, 所以 $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$, 所以 $\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = 4\sqrt{5}$. 故选 C.

8. D 如图, 过点 P 作 $PO \perp BC$ 于点 O , 连接 AO , 则 $\angle PAO = \theta$.

设 $CO = x$ m, 则 $OP = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ m.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = 15$ m, $AC = 25$ m, 所以 $BC = 20$ m. 所以 $\cos \angle BCA = \frac{4}{5}$.

所以 $AO = \sqrt{625 + x^2 - 2 \times 25x \times \frac{4}{5}} = \sqrt{x^2 - 40x + 625}$ (m).

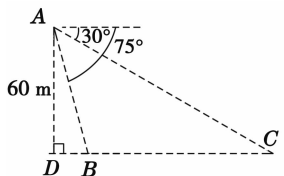
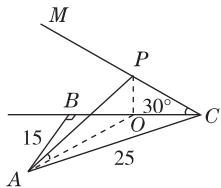
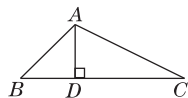
$$\text{所以 } \tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}x}{\sqrt{x^2 - 40x + 625}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{1 - \frac{40}{x} + \frac{625}{x^2}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{25}{x} - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{9}{25}}}.$$

$$\text{当 } \frac{25}{x} = \frac{4}{5}, \text{ 即 } x = \frac{125}{4} \text{ 时, } \tan \theta \text{ 取得最大值为 } \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{5\sqrt{3}}{9}.$$

9. C 先分别求出 CD, BD 的长度, 再求 BC 的长度.

如图, 在 $\triangle ACD$ 中, $\angle CAD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ, AD = 60$ m,

所以 $CD = AD \cdot \tan 60^\circ = 60\sqrt{3}$ (m). 在 $\triangle ABD$ 中, $\angle BAD = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$,



所以 $BD=AD \cdot \tan 15^\circ=60(2-\sqrt{3})$ (m).

所以 $BC=CD-BD=60\sqrt{3}-60(2-\sqrt{3})=120(\sqrt{3}-1)$ (m).

$$10. \frac{3\pi}{4} \quad \because b\sin A + a\cos B = 0, \therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{-\cos B}. \text{ 由正弦定理, 得 } -\cos B = \sin B, \therefore \tan B = -1. \text{ 又 } B \in (0, \pi), \\ \therefore B = \frac{3\pi}{4}.$$

$$11. \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \because b\sin C + c\sin B = 4a\sin B\sin C, \\ \therefore \text{由正弦定理得 } \sin B\sin C + \sin C\sin B = 4\sin A\sin B\sin C.$$

$$\text{又 } \sin B\sin C > 0, \therefore \sin A = \frac{1}{2}.$$

$$\text{由余弦定理得 } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{8}{2bc} = \frac{4}{bc} > 0,$$

$$\therefore \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}, bc = \frac{4}{\cos A} = \frac{8\sqrt{3}}{3},$$

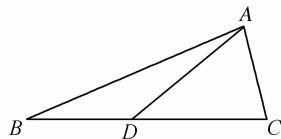
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$12. 2\sqrt{2} \quad \text{由题意得 } \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{\sqrt{3}ac}{4} = \sqrt{3}, \text{ 则 } ac = 4, \text{ 由余弦定理得 } b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B = 12 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 8, \text{ 所以 } b = 2\sqrt{2}.$$

$$13. \sqrt{3}-1 \quad \text{设 } CD=2BD=2m>0, \text{ 则在 } \triangle ABD \text{ 中, } AB^2 = BD^2 + AD^2 - 2BD \cdot AD\cos\angle ADB \\ = m^2 + 4 + 2m, \text{ 在 } \triangle ACD \text{ 中, } AC^2 = CD^2 + AD^2 - 2CD \cdot AD\cos\angle ADC = 4m^2 + 4 - 4m, \text{ 所}$$

$$\text{以 } \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{4m^2 + 4 - 4m}{m^2 + 4 + 2m} = \frac{4(m^2 + 4 + 2m) - 12(1+m)}{m^2 + 4 + 2m} = 4 - \frac{12}{(m+1) + \frac{3}{m+1}} \geq 4 -$$

$$\frac{12}{2\sqrt{(m+1) \cdot \frac{3}{m+1}}} = 4 - 2\sqrt{3}, \text{ 当且仅当 } m+1 = \frac{3}{m+1}, \text{ 即 } m = \sqrt{3}-1 \text{ 时等号成立, 所以当 } \frac{AC}{AB} \text{ 取最小值时, } m = \sqrt{3}-1.$$



$$14. \text{解: (1) } \sin 2C = \sqrt{3}\sin C, 2\sin C\cos C = \sqrt{3}\sin C, \cos C = \frac{\sqrt{3}}{2}, \angle C = \frac{\pi}{6}.$$

$$(2) \because S_{\triangle ABC} = 6\sqrt{3}, \therefore \frac{1}{2}ab\sin C = 6\sqrt{3}, a = 4\sqrt{3}, \text{ 由余弦定理得 } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C,$$

$$c = 2\sqrt{3}, \text{ 所以 } \triangle ABC \text{ 的周长为 } 6\sqrt{3} + 6.$$

$$15. \text{解: (1) 由题设及余弦定理得 } 28 = 3c^2 + c^2 - 2 \times \sqrt{3}c^2 \times \cos 150^\circ.$$

$$\text{解得 } c = -2 \text{ (舍去)}, c = 2, \text{ 从而 } a = 2\sqrt{3}.$$

$$\triangle ABC \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 \times \sin 150^\circ = \sqrt{3}.$$

$$(2) \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } A = 180^\circ - B - C = 30^\circ - C, \text{ 所以 } \sin A + \sqrt{3}\sin C = \sin(30^\circ - C) + \sqrt{3}\sin C = \sin(30^\circ + C).$$

$$\text{故 } \sin(30^\circ + C) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{而 } 0^\circ < C < 30^\circ, \text{ 所以 } 30^\circ + C = 45^\circ, \text{ 故 } C = 15^\circ.$$

$$16. \text{解: (1) 由题意得 } S_1 = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2, S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}b^2, S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2, \text{ 则}$$

$$S_1 - S_2 + S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}b^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}c^2 = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{即 } a^2 + c^2 - b^2 = 2,$$

$$\text{由余弦定理得 } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \text{ 整理得 } a\cos B = 1,$$

$$\text{则 } \cos B > 0, \text{ 又 } \sin B = \frac{1}{3},$$

$$\text{所以 } \cos B = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}, ac = \frac{1}{\cos B} = \frac{3\sqrt{2}}{4}, \text{ 则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

$$(2) \text{由正弦定理得: } \frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}, \text{ 则 } \frac{b^2}{\sin^2 B} = \frac{a}{\sin A} \cdot \frac{c}{\sin C} = \frac{ac}{\sin A\sin C} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{3}} = \frac{9}{4},$$

$$\text{则 } \frac{b}{\sin B} = \frac{3}{2}, b = \frac{3}{2}\sin B = \frac{1}{2}.$$

最新 5 年高考真题分类优化精练·文科数学卷(六)

解三角形

满分分值:150 分

本卷主要精练内容:解三角形。

一、选择题(本大题共 9 小题,每小题 6 分,共 54 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. (江西卷·文科)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c .若 $3a=2b$,则 $\frac{2\sin^2 B - \sin^2 A}{\sin^2 A}$ 的值为

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 1

D. $\frac{7}{2}$

2. (2018·全国Ⅲ卷·文科) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4}$,

则 $C=$

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

3. (2021·全国甲卷·文科)在 $\triangle ABC$ 中,已知 $B=120^\circ, AC=\sqrt{19}, AB=2$,则 $BC=$

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{5}$

D. 3

4. (2019·全国Ⅰ卷·文科) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,已知 $a\sin A - b\sin B = 4c\sin C$,

$\cos A = -\frac{1}{4}$,则 $\frac{b}{c} =$

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

5. (2018·全国Ⅱ卷·文科)在 $\triangle ABC$ 中, $\cos \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}, BC=1, AC=5$,则 $AB=$

A. $4\sqrt{2}$

B. $\sqrt{30}$

C. $\sqrt{29}$

D. $2\sqrt{5}$

6. (全国丙卷·文科)在 $\triangle ABC$ 中, $B=\frac{\pi}{4}, BC$ 边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$,则 $\sin A=$

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

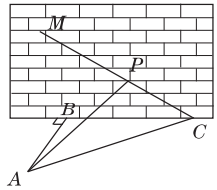
C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

7. (2020 · 全国Ⅲ卷 · 文科) 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos C = \frac{2}{3}$, $AC = 4$, $BC = 3$, 则 $\tan B =$

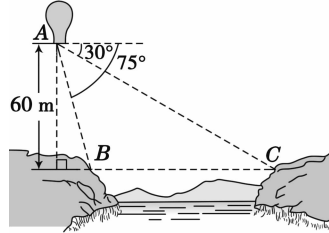
- A. $\sqrt{5}$
- B. $2\sqrt{5}$
- C. $4\sqrt{5}$
- D. $8\sqrt{5}$

8. (浙江卷 · 文科) 如图, 某人在垂直于水平地面 ABC 的墙面前的点 A 处进行射击训练. 已知点 A 到墙面的距离为 AB , 某目标点 P 沿墙面上的射线 CM 移动, 此人为了准确瞄准目标点 P , 需计算由点 A 观察点 P 的仰角 θ 的大小 (仰角 θ 为直线 AP 与平面 ABC 所成角). 若 $AB = 15$ m, $AC = 25$ m, $\angle BCM = 30^\circ$, 则 $\tan \theta$ 的最大值是



- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$
- B. $\frac{\sqrt{30}}{10}$
- C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$
- D. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

9. (四川卷 · 文科) 如图, 从气球 A 上测得正前方的河流的两岸 B, C 的俯角分别为 $75^\circ, 30^\circ$, 此时气球的高是 60 m, 则河流的宽度 BC 等于



- A. $240(\sqrt{3}-1)$ m
- B. $180(\sqrt{2}-1)$ m
- C. $120(\sqrt{3}-1)$ m
- D. $30(\sqrt{3}+1)$ m

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
答案									

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 6 分, 共 24 分. 把答案填在题中的横线上)

- 10. (2019 · 全国Ⅱ卷 · 文科) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b \sin A + a \cos B = 0$, 则 $B =$ _____.
- 11. (2018 · 全国Ⅰ卷 · 文科) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$, $b^2 + c^2 - a^2 = 8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.
- 12. (2021 · 全国乙卷 · 文科) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 面积为 $\sqrt{3}$, $B = 60^\circ$, $a^2 + c^2 = 3ac$, 则 $b =$ _____.
- 13. (2022 · 全国甲卷 · 文科) 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $\angle ADB = 120^\circ$, $AD = 2$, $CD = 2BD$, 当 $\frac{AC}{AB}$ 取得最小值时, $BD =$ _____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 72 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

14. (本小题满分 12 分)

(2022 · 北京卷)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\sin 2C = \sqrt{3} \sin C$.

(1)求 $\angle C$;

(2)若 $b=6$,且 $\triangle ABC$ 的面积为 $6\sqrt{3}$,求 $\triangle ABC$ 的周长.

15. (本小题满分 12 分)

(2020 · 全国 I 卷 · 文科) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $B=150^\circ$.

(1)若 $a=\sqrt{3}c, b=2\sqrt{7}$,求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2)若 $\sin A + \sqrt{3} \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}$,求 C .

16. (本小题满分 12 分)

(2022 · 全国 II 卷 · 新高考)记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,以 a, b, c 为边长的三个正三角形的面积分别为 S_1, S_2, S_3 ,且 $S_1 - S_2 + S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin B = \frac{1}{3}$.

(1)求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2)若 $\sin A \sin C = \frac{\sqrt{2}}{3}$,求 b .

17. (本小题满分 12 分)

(2022 · 全国 I 卷 · 新高考) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\cos A}{1 + \sin A} = \frac{\sin 2B}{1 + \cos 2B}$.

(1) 若 $C = \frac{2\pi}{3}$, 求 B ;

(2) 求 $\frac{a^2 + b^2}{c^2}$ 的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

(2020 · 全国 II 卷 · 文科) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + A\right) + \cos A = \frac{5}{4}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $b - c = \frac{\sqrt{3}}{3}a$, 证明: $\triangle ABC$ 是直角三角形.

19. (本小题满分 12 分)

(2019 · 全国 III 卷 · 文科) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a \sin \frac{A+C}{2} = b \sin A$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $c = 1$, 求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

概率、统计、统计案例(一)

满分分值:150 分

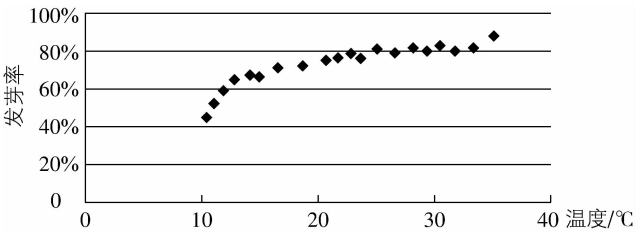
本卷主要精练内容:概率,统计,统计案例。

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 6 分,共 72 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1. (2019 · 全国 I 卷 · 文科)某学校为了解 1 000 名新生的身体素质,将这些学生编号为 1,2,⋯,1 000, 从这些新生中用系统抽样方法等距抽取 100 名学生进行体质测验. 若 46 号学生被抽到,则下面 4 名学生中被抽到的是
- A. 8 号学生 B. 200 号学生 C. 616 号学生 D. 815 号学生
2. (2022 · 全国乙卷 · 文科)分别统计了甲、乙两位同学 16 周的各周课外体育运动时长(单位:h),得如下茎叶图:

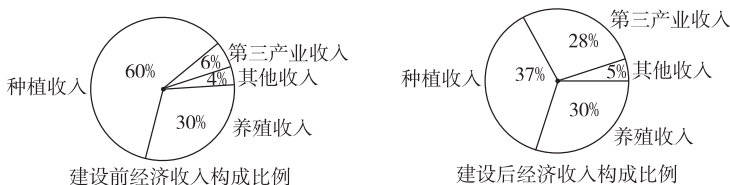
甲					乙							
6 1				5.								
8 5 3 0				6.	3							
7 5 3 2				7.	4 6							
6 4 2 1				8.	1 2 2 5 6 6 6 6							
4 2				9.	0 2 3 8							
				10.	1							

- 则下列结论中错误的是
- A. 甲同学周课外体育运动时长的样本中位数为 7.4
- B. 乙同学周课外体育运动时长的样本平均数大于 8
- C. 甲同学周课外体育运动时长大于 8 的概率的估计值大于 0.4
- D. 乙同学周课外体育运动时长大于 8 的概率的估计值大于 0.6
3. (2018 · 全国 III 卷 · 文科)若某群体中的成员只用现金支付的概率为 0.45,既用现金支付也用非现金支付的概率为 0.15,则不用现金支付的概率为
- A. 0.3 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.7
4. (2020 · 全国 I 卷 · 文科)某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x (单位:℃)的关系,在 20 个不同的温度条件下进行种子发芽实验,由实验数据 $(x_i, y_i)(i=1,2,\cdots,20)$ 得到下面的散点图:



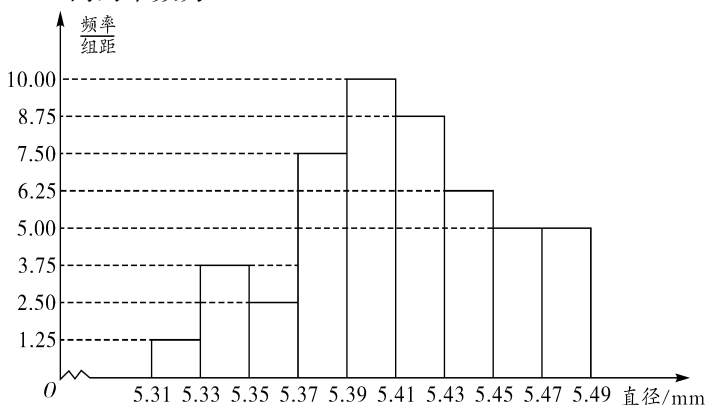
- 由此散点图,在 10 ℃至 40 ℃之间,下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是
- A. $y=a+bx$ B. $y=a+bx^2$ C. $y=a+be^x$ D. $y=a+b\ln x$
5. (2020 · 全国 II 卷 · 文科)在新冠肺炎疫情防控期间,某超市开通网上销售业务,每天能完成 1 200 份订单的配货,由于订单量大幅增加,导致订单积压. 为解决困难,许多志愿者踊跃报名参加配货工作. 已知该超市某日积压 500 份订单未配货,预计第二天的新订单超过 1 600 份的概率为 0.05. 志愿者每人每天能完成 50 份订单的配货,为使第二天完成积压订单及当日订单的配货的概率不小于 0.95,则至少需要志愿者
- A. 10 名 B. 18 名 C. 24 名 D. 32 名

6. (2018 · 全国 I 卷 · 文科) 某地区经过一年的新农村建设, 农村的经济收入增加了一倍, 实现翻番. 为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况, 统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例, 得到如下饼图:



则下面结论中不正确的是

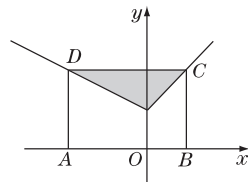
- A. 新农村建设后, 种植收入减少
 B. 新农村建设后, 其他收入增加了一倍以上
 C. 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍
 D. 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半
7. (2021 · 全国乙卷 · 文科) 在区间 $(0, \frac{1}{2})$ 随机取 1 个数, 则取到的数小于 $\frac{1}{3}$ 的概率为
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$
8. (2019 · 全国 III 卷 · 文科) 《西游记》《三国演义》《水浒传》和《红楼梦》是中国古典文学瑰宝, 并称为中国古典小说四大名著. 某中学为了解本校学生阅读四大名著的情况, 随机调查了 100 位学生, 其中阅读过《西游记》或《红楼梦》的学生共有 90 位, 阅读过《红楼梦》的学生共有 80 位, 阅读过《西游记》且阅读过《红楼梦》的学生共有 60 位, 则该校阅读过《西游记》的学生人数与该校学生总数比值的估计值为
- A. 0.5 B. 0.6 C. 0.7 D. 0.8
9. (2020 · 天津卷) 从一批零件中抽取 80 个, 测量其直径 (单位: mm), 将所得数据分为 9 组: $[5.31, 5.33)$, $[5.33, 5.35)$, $\dots$, $[5.45, 5.47)$, $[5.47, 5.49)$, 并整理得到如下频率分布直方图, 则在被抽取的零件中, 直径落在区间 $[5.43, 5.47)$ 内的个数为



- A. 10 B. 18
 C. 20 D. 36
10. (2022 · 全国甲卷 · 文科) 从分别写有 1, 2, 3, 4, 5, 6 的 6 张卡片中无放回随机抽取 2 张, 则抽到的 2 张卡片上的数字之积是 4 的倍数的概率为
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{3}$
11. (福建卷 · 文科) 如图, 矩形 ABCD 中, 点 A 在 x 轴上, 点 B 的坐标为 (1, 0), 且点 C 与点 D 在函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0, \\ -\frac{1}{2}x+1, & x < 0 \end{cases}$ 的图象上. 若在矩形 ABCD 内随机取一点, 则此点取自阴影部分的概率等于

- A. $\frac{1}{6}$
 C. $\frac{3}{8}$

- B. $\frac{1}{4}$
 D. $\frac{1}{2}$



- (1)估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；
- (2)求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数(精确到 0.01)；
- (3)现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积,并得到所有这种树木的根部横截面积总和为 186 m^2 . 已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比. 利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值.

附:相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^n(y_i-\bar{y})^2}},\sqrt{1.896}\approx1.377$.

19.(本小题满分 15 分)

(2022·全国甲卷·文科)甲、乙两城之间的长途客车均由 A 和 B 两家公司运营. 为了解这两家公司长途客车的运行情况,随机调查了甲、乙两城之间的 500 个班次,得到下面列联表:

	准点班次数	未准点班次数
A	240	20
B	210	30

- (1)根据上表,分别估计这两家公司甲、乙两城之间的长途客车准点的概率;
- (2)能否有 90%的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关?

附: $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},\frac{P(K^2\geq k)}{k}$

0.100	0.050	0.010
2.706	3.841	6.635

20.(本小题满分 15 分)

(2020·全国Ⅲ卷·文科)某学生兴趣小组随机调查了某市 100 天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次,整理数据得到下表(单位:天):

空气质量等级 \ 锻炼人次	锻炼人次		
	$[0,200]$	$(200,400]$	$(400,600]$
1(优)	2	16	25
2(良)	5	10	12
3(轻度污染)	6	7	8
4(中度污染)	7	2	0

- (1)分别估计该市一天的空气质量等级为 1,2,3,4 的概率;
- (2)求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);
- (3)若某天的空气质量等级为 1 或 2,则称这天“空气质量好”;若某天的空气质量等级为 3 或 4,则称这天“空气质量不好”. 根据所给数据,完成下面的 2×2 列联表,并根据列联表,判断是否有 95% 的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?

	人次 ≤ 400	人次 >400
空气质量好		
空气质量不好		

附: $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

最新 5 年高考真题分类优化精练 · 文科数学卷(十九)

解析几何(三)

满分分值:150 分

本卷主要精练内容:直线与方程、圆与方程、圆锥曲线与方程。

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 6 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

- (2022 · 北京卷)若直线 $2x+y-1=0$ 是圆 $(x-a)^2+y^2=1$ 的一条对称轴,则 $a=$
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1
- (2019 · 浙江卷)渐近线方程为 $x \pm y=0$ 的双曲线的离心率是
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1
C. $\sqrt{2}$ D. 2
- (2018 · 全国 I 卷 · 文科)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点为 $(2,0)$,则 C 的离心率为
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- (全国 I 卷 · 文科)设 A, B 是椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{m} = 1$ 长轴的两个端点.若 C 上存在点 M 满足 $\angle AMB = 120^\circ$,则 m 的取值范围是
A. $(0,1] \cup [9,+\infty)$ B. $(0,\sqrt{3}] \cup [9,+\infty)$
C. $(0,1] \cup [4,+\infty)$ D. $(0,\sqrt{3}] \cup [4,+\infty)$
- (2020 · 北京卷)设抛物线的顶点为 O ,焦点为 F ,准线为 l . P 是抛物线上异于 O 的一点,过 P 作 $PQ \perp l$ 于 Q ,则线段 FQ 的垂直平分线
A. 经过点 O B. 经过点 P
C. 平行于直线 OP D. 垂直于直线 OP
- (2020 · 全国 III 卷 · 文科)在平面内, A, B 是两个定点, C 是动点,若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 1$,则点 C 的轨迹为
A. 圆 B. 椭圆
C. 抛物线 D. 直线
- (2020 · 浙江卷)已知点 $O(0,0), A(-2,0), B(2,0)$. 设点 P 满足 $|PA| - |PB| = 2$,且 P 为函数 $y = 3\sqrt{4-x^2}$ 图像上的点,则 $|OP| =$
A. $\frac{\sqrt{22}}{2}$ B. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{10}$
- (2020 · 天津卷)设双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$,过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点和点 $(0,b)$ 的直线为 l .若 C 的一条渐近线与 l 平行,另一条渐近线与 l 垂直,则双曲线 C 的方程为
A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$
C. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ D. $x^2 - y^2 = 1$

9. (2019 · 全国Ⅱ卷 · 文科) 设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点, O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 交于 P, Q 两点. 若 $|PQ| = |OF|$, 则 C 的离心率为
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$
10. (2019 · 全国Ⅲ卷 · 文科) 已知 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的一个焦点, 点 P 在 C 上, O 为坐标原点. 若 $|OP| = |OF|$, 则 $\triangle OPF$ 的面积为
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{2}$
C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中的横线上)

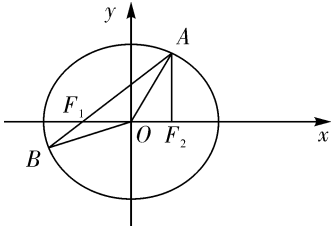
11. (2022 · 全国Ⅱ卷 · 新高考) 设点 $A(-2, 3), B(0, a)$, 直线 AB 关于直线 $y = a$ 的对称直线为 l , 已知 l 与圆 $C: (x+3)^2 + (y+2)^2 = 1$ 有公共点, 则 a 的取值范围为_____.
12. (2021 · 全国乙卷 · 文科) 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的右焦点到直线 $x + 2y - 8 = 0$ 的距离为_____.
13. (2020 · 浙江卷) 已知直线 $y = kx + b (k > 0)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 和圆 $(x-4)^2 + y^2 = 1$ 均相切, 则 $k =$ _____, $b =$ _____.
14. (2022 · 全国Ⅰ卷 · 新高考) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, C 的上顶点为 A , 两个焦点为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{1}{2}$, 过 F_1 且垂直于 AF_2 的直线与 C 交于 D, E 两点, $|DE| = 6$, 则 $\triangle ADE$ 的周长是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

15. (本小题满分 10 分)

(2020 · 江苏卷) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 A 在椭圆 E 上且在第一象限内, $AF_2 \perp F_1F_2$, 直线 AF_1 与椭圆 E 相交于另一点 B .

- (1) 求 $\triangle AF_1F_2$ 的周长;
- (2) 在 x 轴上任取一点 P , 直线 AP 与椭圆 E 的右准线相交于点 Q , 求 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{QP}$ 的最小值;
- (3) 设点 M 在椭圆 E 上, 记 $\triangle OAB$ 与 $\triangle MAB$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 若 $S_2 = 3S_1$, 求点 M 的坐标.



16. (本小题满分 12 分)

(2020 · 天津卷) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个顶点为 $A(0, -3)$, 右焦点为 F , 且 $|OA| = |OF|$, 其中 O 为原点.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 已知点 C 满足 $3\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OF}$, 点 B 在椭圆上 (B 异于椭圆的顶点), 直线 AB 与以 C 为圆心的圆相切于点 P , 且 P 为线段 AB 的中点. 求直线 AB 的方程.

17. (本小题满分 12 分)

(2020 · 北京卷) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点 $A(-2, -1)$, 且 $a = 2b$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 $B(-4, 0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于点 M, N , 直线 MA, NA 分别交直线 $x = -4$ 于点 P, Q . 求 $\frac{|PB|}{|BQ|}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

(2019 · 全国 I 卷 · 文科) 已知点 A, B 关于坐标原点 O 对称, $|AB| = 4$, $\odot M$ 过点 A, B 且与直线 $x + 2 = 0$ 相切.

(1) 若 A 在直线 $x + y = 0$ 上, 求 $\odot M$ 的半径.

(2) 是否存在定点 P , 使得当 A 运动时, $|MA| - |MP|$ 为定值? 并说明理由.

19. (本小题满分 12 分)

(2022 · 全国 I 卷 · 新高考) 已知点 $A(2,1)$ 在双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2-1} = 1 (a > 1)$ 上, 直线 l 交 C 于 P, Q 两点, 直线 AP, AQ 的斜率之和为 0.

(1) 求 l 的斜率;

(2) 若 $\tan \angle PAQ = 2\sqrt{2}$, 求 $\triangle PAQ$ 的面积.

20. (本小题满分 12 分)

(2021 · 全国甲卷 · 文科) 抛物线 C 的顶点为坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 直线 $l: x=1$ 交 C 于 P, Q 两点, 且 $OP \perp OQ$, 已知点 $M(2,0)$, 且 $\odot M$ 与 l 相切.

(1) 求 $C, \odot M$ 的方程;

(2) 设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点, 直线 A_1A_2, A_2A_3 均与 $\odot M$ 相切, 判断直线 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系, 并说明理由.