

2024 届高考考点滚动提升卷·理科数学(四)

导数及其应用+滚动内容

(40 分钟 74 分)

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1. 曲线 $f(x)=x+\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为

A. $x+y+1=0$

B. $x+y-1=0$

C. $x-y+1=0$

D. $x-y-1=0$

2. 已知函数 $f(x)=x^3-x^2f'(1)-2x$, 则 $f'(1)+f(1)=$

A. -1

B. 1

C. -2

D. 2

3. 下列求导正确的是

A. $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)'=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$

B. $(x \cdot 3^x)'=3^x+x \cdot 3^x \log_3 e$

C. $(x^2+\cos x)'=2x+\sin x$

D. $\left(\frac{\log_2 x}{x}\right)'=\frac{1-\ln x}{x^2 \ln 2}$

4. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的可导函数, 且 $f(x)<f'(x)$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 成立, 则下列说法正确的是

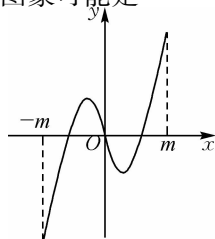
A. $f(0)>\frac{f(2)}{e^2}$

B. $ef(2\,018)=f(2\,019)$

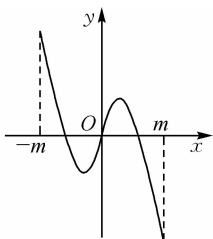
C. $f(1)=\frac{f(2)}{e}$

D. $ef(2\,019)<f(2\,020)$

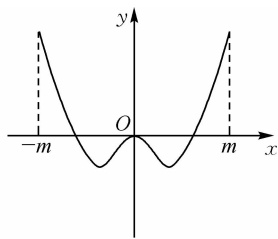
5. 如图为函数 $f(x)$ (其定义域为 $[-m, m]$) 的图象, 若 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 则 $y=f'(x)$ 的图象可能是



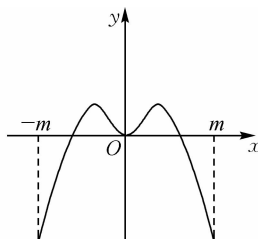
A



B



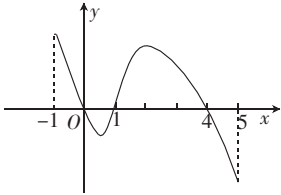
C



D

6. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 5]$, 部分对应值如下表, $f(x)$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图象如图所示.

x	-1	0	1	4	5
$f(x)$	-1	2	-2	3	1



下列关于函数 $f(x)$ 的命题:

- ① 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 1]$ 上单调递增;
- ② 如果当 $x \in [-1, t]$ 时, $f(x)$ 的最小值是 -2 , 那么 t 的最小值为 1 ;
- ③ 若函数 $y=f(x)-a$ 有 3 个零点, 则 $a=2$.

其中真命题的个数是

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

7. 若 $y_1 = \sin 2x_1 (x_1 \in [0, \pi])$, $y_2 = x_2 + 3 (x_2 \in \mathbf{R})$, 则 $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ 的最小值为

- A. $\frac{(18-3\sqrt{3}+\pi)^2}{72}$
- B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{12}$
- C. $\left(\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)^2$
- D. $\frac{(\pi-3\sqrt{3}+15)^2}{72}$

8. 设 $a = \frac{1}{2 \times 10^6} + \frac{1}{10^2}$, $b = e^{0.01} - 1$, $c = \ln 1.02$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $c < a < b$
- B. $b < c < a$
- C. $a < b < c$
- D. $b < a < c$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

二、填空题(本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

9. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 + 3x + 2$, 则 $f(x)$ 的图象在 $x = -2$ 处的切线方程为_____.

10. 若 $x(e^x + a) - \ln x \geq 1$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上恒成立, 则实数 a 的最小值为_____.

三、解答题(本大题共 2 小题,每小题 12 分,共 24 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

11. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\ln x + \frac{a}{x^2} (a \in \mathbf{R})$ 有两个零点.

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 记 $f(x)$ 的两个零点分别为 x_1, x_2 , 证明: $x_1 + x_2 > 1$.

12. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\ln x - x^3 + ax (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a=1$, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $f(x)$ 有且仅有两个零点, 求实数 a 的取值范围.