

2024 届高考考点滚动提升卷

编写说明

《2024 届高考考点滚动提升卷》是高三一轮复习过程中对特别重要的考点或题型进行强化训练的练习或测评用卷。现将有关编写事项说明如下：

一、各科试卷套数及题量(时长)

学科	语文	数学 (分文理)	英语	物理	化学	生物	思想政治	历史	地理
套数	16	16	16	15	15	15	15	15	15
题量 (时长)	40 分钟	40 分钟	40 分钟	40 分钟	40 分钟	40 分钟	40 分钟	40 分钟	40 分钟

二、本套试卷的编写特点

1. 本卷主要由各地资深教研员、一线知名教师根据最新考试大纲和考试说明命制,具有很强的导向性和实用性。
2. 试题依据高考题型特点,切准考点,以点带面,覆盖基础知识,突出重难点,建构了完整的学科知识网络。
3. 试题聚焦必备知识、关键能力、学科素养及核心价值,使考生紧紧把握高考大方向,提高复习备考的针对性和有效性。
4. 试题有较好的区分度。既注重基础知识的巩固训练,也强化知识间的综合与灵活运用,适合不同类型的学校使用。

《高考考点滚动提升卷》编委会

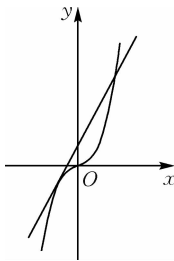
2023 年 1 月

目录

CONTENTS

- 文科数学(一) 集合与常用逻辑用语
- 文科数学(二) 函数的概念及其性质+滚动内容
- 文科数学(三) 指数函数、对数函数、幂函数+滚动内容
- 文科数学(四) 导数及其应用+滚动内容
- 文科数学(五) 三角函数、三角恒等变换+滚动内容
- 文科数学(六) 解三角形+滚动内容
- 文科数学(七) 平面向量及其应用+滚动内容
- 文科数学(八) 等差数列、等比数列+滚动内容
- 文科数学(九) 数列的综合应用+滚动内容
- 文科数学(十) 不等式+滚动内容
- 文科数学(十一) 立体几何初步+滚动内容
- 文科数学(十二) 直线与圆+滚动内容
- 文科数学(十三) 圆锥曲线与方程+滚动内容
- 文科数学(十四) 平面解析几何综合+滚动内容
- 文科数学(十五) 概率、统计、统计案例+滚动内容
- 文科数学(十六) 算法初步、推理与证明、复数+滚动内容

文科数学(四)参考答案

1. D 依题意 $f(1)=-1, f'(x)=2x+\frac{1}{x}$, 则切线斜率为 $f'(1)=3$. 故所求的切线方程为 $y-(-1)=3(x-1)$, 即 $3x-y-4=0$. 故选 D.
2. B 因为 $f(x)=x^2+2f'(2)x+3f(2)$, 所以 $f'(x)=2x+2f'(2)$, 所以 $f'(2)=2\times 2+2f'(2)$, 解得 $f'(2)=-4$, 所以 $f(2)=2^2+2\times(-4)\times 2+3f(2)$, 解得 $f(2)=6$, 所以 $f'(2)+f(2)=2$. 故选 B.
3. D $(\sqrt{x}-\frac{1}{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$, 所以 A 项错误; $(x\cdot 3^x)'=3^x+x\cdot 3^x\ln 3$, 所以 B 项错误; D 项正确; $(x^2+\cos x)'=2x-\sin x$, 所以 C 项错误.
4. B $\because f(x)=(x^2+a)\ln x, \therefore f'(x)=2x\ln x+\frac{x^2+a}{x}, \therefore$ 切线斜率 $k=2\times 1\times \ln 1+\frac{1^2+a}{1}=2$, 解得 $a=1$. 故选 B.
5. A 由 $f(x)$ 图象知 $f(x)$ 在 $[-m, 0]$ 上先减后增, 故 $f'(x)$ 在 $[-m, 0]$ 上函数值先负后正, 同理 $f'(x)$ 在 $[0, m]$ 上的符号也是先负后正, 四个选项中仅有选项 A 符合. 故选 A.
6. C 由导数的图象可知, 当 $-1<x<0$ 或 $1<x<4$ 时, $f'(x)>0$, 函数 $f(x)$ 单调递增, 当 $0<x<1$ 或 $4<x<5$ 时, $f'(x)<0$, 函数 $f(x)$ 单调递减, 所以①错误; 当 $x=1$ 时, 函数取得极小值 $f(1)=-2$, 且 $f(1)=-2<f(-1)=-1$, 当 $x\in[-1, t]$ 时, $f(x)$ 的最小值是 -2 , 那么 t 的最小值为 1 , 所以②正确; 结合函数的图象可得, 若 $y=f(x)-a$ 有 3 个零点, 则 $a=2$ 或 $-1\leq a<1$, 故③错误. 综上所述, 有 1 个真命题.
7. D 当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=e^x+x^2-\cos x$, 所以 $f'(x)=e^x+2x+\sin x$, 因为 $x\geq 0$, 所以 $e^x\geq 1$, 即 $f'(x)\geq 1+2x+\sin x\geq 0$, 所以函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 又因为函数 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减. 则不等式 $f(x-3)-f(2x-1)<0$, 即 $f(x-3)<f(2x-1)$ 等价于 $|x-3|<|2x-1|$, 所以 $x<-2$ 或 $x>\frac{4}{3}$. 故选 D.
8. B 令 $g(x)=e^x+x$, 所以 $g'(x)=e^x+1>0$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上恒成立, 所以 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增. 因为 $e^{x+a}>\ln x-a$, 所以 $e^{x+a}+x+a>\ln x+x$, 即 $g(x+a)>g(\ln x)$, 所以 $x+a>\ln x$ 对任意的 $x\in(0, +\infty)$ 恒成立, 即 $a>\ln x-x$ 对任意的 $x\in(0, +\infty)$ 恒成立. 令 $h(x)=\ln x-x$, 所以 $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$, 令 $h'(x)>0$, 解得 $0<x<1$, 令 $h'(x)<0$, 解得 $x>1$, 所以 $h(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $h(x)_{\max}=h(1)=-1$, 所以 $a>-1$, 即实数 a 的取值范围为 $(-1, +\infty)$. 故选 B.
9. $\frac{1}{2e}$ 因为 $f(x)=a(x-1)e^x$, 所以 $f'(x)=a[e^x+(x-1)e^x]=axe^x$, 又函数 $f(x)=a(x-1)e^x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x-2y-1=0$, 所以 $k=f'(1)=ae=\frac{1}{2}$, 解得 $a=\frac{1}{2e}$.
10. $(\frac{3}{2}, +\infty)$ 由题意可知 $ax+2=x^3-ax$, 即 $x^3=2ax+2$ 有 3 个不同的解, 考虑 $y=2ax+2$ 与 $y=x^3$ 相切于 $P(x_0, y_0)$, 则 $\begin{cases} x_0^3=2ax_0+2, \\ 2a=3x_0^2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_0=-1, \\ a=\frac{3}{2}, \end{cases}$ 结合图象可知: $a>\frac{3}{2}$.

11. (1)解: 由 $f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2+ax$ 得 $f'(x)=e^x-x+a$, 1 分
因为 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $f'(x)\geq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立. 2 分

令 $g(x) = e^x - x + a$, 则 $g'(x) = e^x - 1 > 0 (x > 0)$,
 所以 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $g(x) > g(0) = 1 + a \geq 0$,
 所以 $a \geq -1$ 5 分

(2) 证明: 令 $F(x) = f(x) - f(x_1) - \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1)$, 则 $F'(x) = f'(x) - \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$,

因为 $F(x_1) = F(x_2) = 0$ 且 $F(x)$ 在区间 (x_1, x_2) 图象连续, 则 $F(x)$ 在区间 (x_1, x_2) 上存在极值点, 6 分

即存在 $x_0 \in (x_1, x_2)$, 使得 $F'(x_0) = f'(x_0) - \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = 0$, 即 $f'(x_0) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, 7 分

$$f'(x_0) - f'\left(\frac{x_2 + x_1}{2}\right) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - f'\left(\frac{x_2 + x_1}{2}\right)$$

$$= \frac{e^{\frac{x_2}{2}} - e^{\frac{x_1}{2}}}{x_2 - x_1} - e^{\frac{x_2 + x_1}{2}} = \frac{e^{\frac{x_2 + x_1}{2}}}{x_2 - x_1} \left(e^{\frac{x_2 - x_1}{2}} - e^{\frac{x_1 - x_2}{2}} - x_2 + x_1 \right).$$
 9 分

设 $\varphi(x) = e^x - e^{-x} - 2x (x > 0)$, 则 $\varphi'(x) = e^x + e^{-x} - 2 > 0$ 当 $x > 0$ 时恒成立, 10 分

所以 $\varphi(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $\varphi(x) > \varphi(0) = 0$,

即 $e^{\frac{x_2 - x_1}{2}} - e^{\frac{x_1 - x_2}{2}} - x_2 + x_1 = \varphi\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right) > 0$, 所以 $f'(x_0) > f'\left(\frac{x_2 + x_1}{2}\right)$, 11 分

由(1)可知函数 $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

则 $x_0 > \frac{x_1 + x_2}{2}$, 即 $2x_0 > x_1 + x_2$ 12 分

12. 解: (1) 若 $a = \frac{1}{2}$, 则 $f(x) = 2x^2 - 3x - \ln x - \ln 2$, 所以 $f'(x) = 4x - 3 - \frac{1}{x} = \frac{(x-1)(4x+1)}{x}$,

令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 1$, 1 分

当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 2 分

又 $f(1) = 2 - 3 - \ln 1 - \ln 2 = -1 - \ln 2$, 所以 $f(x)$ 的极小值为 $-1 - \ln 2$, 无极大值. 4 分

(2) $f'(x) = 8ax + 2(a-2) - \frac{1}{x} = \frac{8ax^2 + 2(a-2)x - 1}{x} = \frac{(2ax-1)(4x+1)}{x}$, 5 分

当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) < 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上至多有一个零点, 不符合题意; 6 分

当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) > 0$, 解得 $x > \frac{1}{2a}$, 令 $f'(x) < 0$, 解得 $0 < x < \frac{1}{2a}$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{2a})$ 上单调递减, 在 $(\frac{1}{2a}, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $f(x)_{\min} = f\left(\frac{1}{2a}\right) = 1 + \ln a - \frac{1}{a}$; 7 分

若 $a > 1$, 所以 $f(x)_{\min} = f\left(\frac{1}{2a}\right) = 1 + \ln a - \frac{1}{a} > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上没有零点, 不符合题意; 8 分

若 $a = 1$, 所以 $f(x)_{\min} = f\left(\frac{1}{2a}\right) = 1 + \ln a - \frac{1}{a} = 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有且仅有一个零点, 不符合题意; 9 分

若 $0 < a < 1$, 所以 $f(x)_{\min} = f\left(\frac{1}{2a}\right) = 1 + \ln a - \frac{1}{a} < 0$, 又 $f\left(\frac{1}{e^3}\right) = 4a\left(\frac{1}{e^3}\right)^2 + 2(a-2) \times \frac{1}{e^3} - \ln \frac{1}{e^3} - \ln 2 > 3 - \ln 2 - \frac{4}{e^3} > 0$, 所以 $f\left(\frac{1}{e^3}\right)f\left(\frac{1}{2a}\right) < 0$, 又 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{2a})$ 上单调递减, 所以 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{2a})$ 上有且仅有一个零点. 10 分

令 $h(x) = x - \ln x$, 所以 $h'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$, 令 $h'(x) > 0$, 解得 $x > 1$, 令 $h'(x) < 0$, 解得 $0 < x < 1$, 所以 $h(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $h(x) \geq h(1) = 1 > 0$, 即 $x > \ln x$, 又 $f\left(\frac{4}{a}\right) = 4a\left(\frac{4}{a}\right)^2 + 2(a-2) \times \frac{4}{a} - \ln \frac{4}{a} - \ln 2 = \frac{48}{a} - \ln \frac{4}{a} + 8 - \ln 2 > \frac{48}{a} - \frac{4}{a} + 8 - \ln 2 = \frac{44}{a} + 8 - \ln 2 > 0$, 所以 $f\left(\frac{4}{a}\right)f\left(\frac{1}{2a}\right) < 0$, 又 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{2a}, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{2a}, +\infty)$ 上有且仅有一个零点, 所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有且仅有两个零点. 11 分

综上, 实数 a 的取值范围是 $(0, 1)$ 12 分