

2024 届高三名校周考阶梯训练卷

(新教材高考)

编写说明

为满足 2024 届高三学子一轮复习时对重要考点进行强化训练的需求,本公司研究员联合各地命题专家特别研发了《2024 届高三名校周考阶梯训练卷》。现将有关编写事项说明如下:

1. 本卷主要由各地资深教研员、一线知名教师根据《普通高中课程标准》(2017 年版 2020 年修订)和《中国高考评价体系》编写,专家团队负责审稿。确保每份试卷的精准性和导向性。

2. 本卷主要依据教材章节或高考题型特点,切准考点,以点带面,覆盖基础知识,突出重难点,以达到建构学科知识网络的目的。

3. 试题注重考查必备知识、关键能力、学科素养及核心价值,使广大考生紧紧把握高考大方向,提高复习备考的针对性和有效性。

4. 试题有较好的区分度。既有相当比重的基础题,注重基础知识的巩固训练,也有适量的提高题,强化知识的灵活运用。适合不同类型学校的使用。

5. 所有学科均为 20 套试卷,每套试卷均按 45 分钟左右题量设计,印刷成品为 8K,使用方便。

《高三名校周考阶梯训练卷》编委会

2023 年 1 月

目 录

CONTENTS

数学卷(一) 集合与常用逻辑用语

数学卷(二) 不 等 式

数学卷(三) 函数的概念及其性质

数学卷(四) 基本初等函数

数学卷(五) 导数的概念与运算

数学卷(六) 导数的应用

数学卷(七) 三角函数的概念、同角三角函数的基本关系与诱导公式、三角恒等变换

数学卷(八) 三角函数的图象和性质

数学卷(九) 解三角形

数学卷(十) 平面向量与复数

数学卷(十一) 等差数列、等比数列

数学卷(十二) 数列的综合

数学卷(十三) 立体几何

数学卷(十四) 空间向量与立体几何

数学卷(十五) 直线与方程、圆与方程

数学卷(十六) 椭 圆

数学卷(十七) 双曲线与抛物线

数学卷(十八) 解析几何综合

数学卷(十九) 计数原理与概率、随机变量及其分布

数学卷(二十) 统计与统计案例

数学卷(八)参考答案

1. A 由题意,得 $x - \frac{\pi}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, $\therefore x \neq \pi + k\pi (k \in \mathbf{Z})$.
2. B $f(x) = (\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x) \sin x = \cos(2x - x) \sin x = \cos x \sin x = \frac{1}{2} \sin 2x$, 所以函数 $f(x)$ 的周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$, 且函数 $f(x)$ 为奇函数, 故选 B.
3. B 因为 $f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, 所以 $\sin\left(\frac{3\omega\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\omega\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)$, 所以 $\frac{3\omega\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{\omega\pi}{4} + \frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 或 $\frac{3\omega\pi}{4} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\omega\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \pi + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 所以 $\omega = 4k (k \in \mathbf{Z})$ 或 $\omega = 2k + \frac{2}{3} (k \in \mathbf{Z})$, 又因为 $0 < \omega < 1$, 所以 $\omega = \frac{2}{3}$. 故选 B.
4. D 因 $f(x) = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 所以变换过程是: 先向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 在将各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标不变, 得到 $g(x) = 2\cos x$, 故选 D.
5. B $\because x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \omega > 0, \therefore \omega x + \frac{\pi}{4} \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\omega + \frac{\pi}{4}\right), \therefore \frac{\pi}{2}\omega + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2}, \therefore \omega \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$.
6. B 由 $f(0) = a\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3}\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0$, 得 $a = \sqrt{3}$, 所以 $f(x) = \sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{6}\sin x$, 所以 $g(x) = \sqrt{6}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, 由 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$, 得 $2x + \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}\right]$, 当 $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ 时, $g(x)$ 取得最大值 $\sqrt{6}$, 当 $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{11\pi}{12}$ 时, $g(x)$ 取得最小值, 当 $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ 时, $g(x)$ 为 $\sqrt{3}$, 因为有两个不相等实根, 故 $m \in [\sqrt{3}, \sqrt{6})$. 故选 B.
7. B 因为 $\omega > 0$, 当 $x \in [0, \pi]$ 时, $\omega x - \frac{\pi}{5} \in \left[-\frac{\pi}{5}, \pi\omega - \frac{\pi}{5}\right]$, 又 $f(x)$ 区间 $[0, \pi]$ 上恰有 3 个极值点, 2 个零点, 所以 $2\pi < \pi\omega - \frac{\pi}{5} < \frac{5\pi}{2}$, 解得 $\frac{11}{5} < \omega < \frac{27}{10}$, 即 ω 的取值范围是 $\left(\frac{11}{5}, \frac{27}{10}\right)$. 故选 B.
8. D 由题意知 $f(x)$ 的最小正周期 $T = \pi$, 所以 $\omega = 2$, $f(x)$ 的对称轴的方程为 $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$, 单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi\right] (k \in \mathbf{Z})$, 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$ 时, $2x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$, 则 $f(x)$ 的值域为 $[-2, 1]$, $y = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得 $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$. 故 ABC 错误, D 正确. 故选 D.
9. AC 将函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $y = \sin\left[\omega\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{6}\right] = \sin\left(\omega x + \frac{\omega\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象, 故 $\omega x + \frac{\omega\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \omega x + \frac{\pi}{12} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 则 $\omega = -\frac{1}{2} + 12k (k \in \mathbf{Z})$, 故当 $k = 1$ 时, $\omega = \frac{23}{2}$; $k = 2$ 时, $\omega = \frac{47}{2}$. 故选 AC.
10. BC 将函数 $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后, 得到函数 $g(x) = 2\sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) - \frac{\pi}{3}\right] = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象, 所以 $g\left(\frac{9\pi}{2}\right) = 2\sin\left(2 \times \frac{9\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$, 故 A 错误; 令 $x = \frac{7\pi}{12}$, 求得 $g(x) = 0$, 所以 $\left(\frac{7\pi}{12}, 0\right)$ 是函数 $g(x)$ 图象的一个对称中心, 故 B 正确; 当 $x \in \left[2\pi, \frac{7\pi}{3}\right]$ 时, $2x - \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{23\pi}{6}, \frac{9\pi}{2}\right]$, 所以函数 $g(x)$ 在 $\left[2\pi, \frac{7\pi}{3}\right]$ 上单调递增, 故 C 正确; 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right]$ 时, $2x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$, 所以函数 $g(x)$ 的值域为 $[-2, 1]$, 故 D 错误. 故选 BC.
11. ABC 因为 $f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \sqrt{3} \cos^2 \frac{x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, 对于 A, 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位长度后得到 $y = \sin\left(x - \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x$ 的图象, 所以选项 A 正确; 对于 B, 因为 $f(-x) = \sin\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left[\pi - \left(-x + \frac{\pi}{3}\right)\right] = \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = g(x)$, 所以 $f(x)$ 与 $g(x)$ 图象关于

y 轴对称,所以选项 B 正确;对于 C,由 $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 得 $2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq x \leq 2k\pi + \frac{7\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$,即 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{7\pi}{6}\right] (k \in \mathbf{Z})$,所以选项 C 正确;对于 D,由 $3\pi \leq a + \frac{\pi}{3} < 4\pi$,解得 $\frac{8\pi}{3} \leq a < \frac{11\pi}{3}$,所以选项 D 错误. 故选 ABC.

12. ABD 由题意知 $A=4, \frac{3}{4}T = \frac{4\pi}{9} - \left(-\frac{\pi}{18}\right)$,解得 $T = \frac{2\pi}{3}$,所以 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 3$,所以 $f(x) = 4\sin(3x + \varphi)$. 又点 $\left(\frac{4\pi}{9}, -4\right)$ 在 $f(x)$ 的图象上,所以 $4\sin\left(3 \times \frac{4\pi}{9} + \varphi\right) = -4$,所以 $\frac{4\pi}{3} + \varphi = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$,解得 $\varphi = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$,又 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi = \frac{\pi}{6}$,所以 $f(x) = 4\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$,故 A 正确;令 $3x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$,解得 $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$,所以 $f(x)$ 图象的对称轴的方程为 $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$,故 B 正确;当 $x \in \left(-\frac{29\pi}{36}, -\frac{17\pi}{36}\right)$ 时, $3x + \frac{\pi}{6} \in \left(-\frac{9\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}\right)$,故 C 错误; $f(x) \geq 2$,即 $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{1}{2}$,所以 $\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq 3x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$,解得 $\frac{2k\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$,即 $f(x) \geq 2$ 的解集为 $\left[\frac{2k\pi}{3}, \frac{2\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}\right] (k \in \mathbf{Z})$,故 D 正确. 故选 ABD.

13. $2\sqrt{3}$ 设 $f(x)$ 的最小正周期为 T ,由 $f(x) = 4\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$ 知 $-4 \leq f(x) \leq 4$,由 A, B 是函数 $f(x)$ 图象上相邻的最高点和最低点,且 $|AB| = 4\sqrt{5}$,则由勾股定理可得 $\left(\frac{T}{2}\right)^2 + 8^2 = 80$,解得 $T = 8$,故 $\frac{2\pi}{\omega} = 8$,可得 $\omega = \frac{\pi}{4}$. 所以 $f(x) = 4\sin\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{6}\right)$,故 $f(2) = 2\sqrt{3}$.

14. -4 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{7\pi}{2}\right) - 3\cos x = \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) - 3\cos x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 3\cos x = -\cos 2x - 3\cos x = -2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = -2\left(\cos x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$, $\therefore$ 当 $\cos x = 1$ 时, $f(x)_{\min} = -2\left(1 + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{17}{8} = -4$.

15. $x = -\frac{\pi}{8}$ 将 $f(x)$ 的图象先保持纵坐标不变,横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$,得 $y = 3\sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right)$,再向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度,得 $y = 3\sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{3\pi}{4}\right] = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = g(x)$,令 $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$,整理得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8} (k \in \mathbf{Z})$. 当 $k = -1$ 时, $x = -\frac{\pi}{8}$ 满足题意.

16. $\frac{3\pi}{8}$ $y = g(x) = \sin 2(x + \varphi) = \sin(2x + 2\varphi)$,由 $y = g(x)$ 的一个零点为 $\frac{\pi}{8}$,得 $2 \times \frac{\pi}{8} + 2\varphi = k\pi, k \in \mathbf{Z}$,解得 $\varphi = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} (k \in \mathbf{Z})$,所以 $\varphi_{\min} = \frac{3\pi}{8}$.

17. 解:(1) $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos^2 x + 1 = \sin 2x \cos \frac{\pi}{6} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{6} - 2 \times \frac{1 + \cos 2x}{2} + 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{3}{2} \cos 2x = \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 2 分

令 $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$,解得 $\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{11\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$,即 $f(x)$ 的单调递减区间是 $\left[\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{11\pi}{12} + k\pi\right] (k \in \mathbf{Z})$ 3 分

令 $2x - \frac{\pi}{3} = k\pi, k \in \mathbf{Z}$,解得 $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$,所以 $f(x)$ 的对称中心是 $\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, 0\right) (k \in \mathbf{Z})$ 5 分

(2) 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度,得到 $y = \sqrt{3} \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{8}\right) - \frac{\pi}{3}\right] = \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right)$ 的图象,再将得到的图象上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍(纵坐标不变),得到 $y = \sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ 的图象,

即 $g(x) = \sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ 7 分

当 $x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{3\pi}{4}\right], x - \frac{\pi}{12} \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$,所以 $\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right]$,所以 $\sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}\right]$,即 $g(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{3\pi}{4}\right]$ 上的值域为 $\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}\right]$ 10 分