2024届高三名校周考阶梯训练卷

编写说明

为满足2024届高三学子一轮复习时对重要考点进行强化训练的需求，本公司研究员联合各地命题专家特别研发了《2024届高三名校周考阶梯训练卷》。现将有关编写事项说明如下：

1. 本卷主要由各地资深教研员、一线知名教师根据最新考试大纲和《中国高考评价体系》命制，专家团队负责审稿。确保每份试卷的精准性和导向性。

2. 本卷主要依据教材章节或高考题型特点，切准考点，以点带面，覆盖基础知识，突出重难点，以达到建构学科知识网络的目的。

3. 试题注重考查必备知识、关键能力、学科素养及核心价值，使广大考生紧紧把握高考大方向，提高复习备考的针对性和有效性。

4. 试题有较好的区分度。既有相当比重的基础题，注重基础知识的巩固训练，也有适量的提高题，强化知识的灵活运用。适合不同类型学校的使用。

5. 所有学科均为20套试卷，每套试卷均按45分钟左右题量设计，印刷成品为8K，使用方便。

《高三名校周考阶梯训练卷》编委会

2023年1月

目录

CONTENTS

理科数学卷(七)参考答案

1. C　由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$,可知$\frac{3c}{\sin A}=\frac{c}{\frac{1}{6}}$,解得 $\sin A=\frac{1}{2}$,又 $A\in(0,\pi)$,所以 $A=\frac{\pi}{6}$或$\frac{5\pi}{6}$. 故选 C.

2. A　由余弦定理,得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$. $\because C\in(0,\pi)$,$\therefore C=\frac{\pi}{3}$. 故选 A.

3. D　因为$\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}$,所以$\frac{\sqrt{3}}{\sin 30^\circ}=\frac{3}{\sin B}$,所以 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$. 因为 $0<B<\frac{5\pi}{6}$,所以 $B=\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$. 当 $B=\frac{\pi}{3}$时,$A=\frac{\pi}{2}$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 3=\frac{3}{2}\sqrt{3}$;当 $B=\frac{2\pi}{3}$时,$A=\frac{\pi}{6}$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\sqrt{3}$.

4. A　$c=1,b=2$,由余弦定理,得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,$\therefore a^2=1^2+2^2-2\times 1\times 2\times\frac{1}{2}=3$,$\therefore a=\sqrt{3}$.

5. D　因为 $S=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$,所以$\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{4}\times 2ab\cos C$,所以 $\tan C=1$,又 $0<C<\pi$,所以 $C=\frac{\pi}{4}$. 设$\triangle ABC$的外接圆的半径为 r,所以 $2r=\frac{c}{\sin C}=\frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=6\sqrt{2}$,解得 $r=3\sqrt{2}$. 故选 D.

6. B　对于 A,若 $a^2+c^2-b^2>0$,则 $\cos B>0$,B 为锐角,不能判定$\triangle ABC$为锐角三角形,故 A 错误;对于 B,若$\triangle ABC$为锐角三角形,则 $A+B>\frac{\pi}{2}$,且$\frac{\pi}{2}>A>\frac{\pi}{2}-B>0$,$\therefore \sin A>\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)=\cos B$,故 B 正确;对于 C,$\because a\cos A=b\cos B$,$\therefore \sin A\cos A=\sin B\cos B$,$\therefore \sin 2A=\sin 2B$,$\therefore A=B$ 或 $2A+2B=180^\circ$即 $A+B=90^\circ$,$\therefore\triangle ABC$为等腰或直角三角形,故 C 错误;对于 D,若 $2\cos B\sin A=\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$,$\therefore \cos B\sin A-\cos A\sin B=0$,$\sin(A-B)=0$,$\because A,B$ 是三角形内角,$\therefore A-B=0$,即 $A=B$,$\triangle ABC$为等腰三角形,故 D 错误. 故选 B.

7. A　因为 $b^2+c^2=a^2+bc$,所以 $A=\frac{\pi}{3}$,又因为 $\cos B+\cos C=2\cos A=1$,且 $B+C=\frac{2\pi}{3}$,解得 $B=C=\frac{\pi}{3}$,所以$\triangle ABC$是等边三角形.

8. B　因为 $a\sin A=b\sin B+(c-b)\sin C$,所以 $a^2=b^2+(c-b)c$,所以 $b^2+c^2-a^2=bc$,所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$,又 $A\in(0,\pi)$,所以 $A=\frac{\pi}{3}$,由 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle DAC}+S_{\triangle BAD}$,得$\frac{1}{2}bc\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}b\cdot AD\sin\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}c\cdot AD\sin\frac{\pi}{6}$,得 $bc=2b+2c$,又 $c=2b$,所以 $2b^2=6b$,所以 $b=3,c=6$,所以 $a=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos A}=3\sqrt{3}$. 故选 B.

9. A　由正弦定理得 $b+2a\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=0$,即 $a^2+2b^2-c^2=0$,$\therefore b^2=\frac{c^2-a^2}{2}$,$\therefore \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{3a^2+c^2}{4ac}=\frac{3}{4}\cdot\frac{a}{c}+\frac{c}{4a}\geqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$,当$\frac{3a}{4c}=\frac{c}{4a}$,即$\frac{a}{c}=\frac{\sqrt{3}}{3}$时,$\cos B$ 取最小值. 故选 A.

10. A　若 $\tan A\tan B=1$,则$\frac{\sin A}{\cos A}\cdot\frac{\sin B}{\cos B}=1$,即 $\cos A\cos B-\sin A\sin B=\cos(A+B)=-\cos C=0$,所以 $C=\frac{\pi}{2}$. 所以 $A+B=\frac{\pi}{2}$,即 $A=\frac{\pi}{2}-B$,所以 $\cos A=\cos\left(\frac{\pi}{2}-B\right)$,所以 $\cos^2 A=\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-B\right)=\sin^2 B=1-\cos^2 B$,所以 $\cos^2 A+\cos^2 B=1$,所以“$\tan A\tan B=1$”是“$\cos^2 A+\cos^2 B=1$”的充分条件. 若 $\cos^2 A+\cos^2 B=1$,则$\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A+\cos^2 A}+\frac{\cos^2 B}{\sin^2 B+\cos^2 B}=1$,即$\frac{1}{\tan^2 A+1}+\frac{1}{\tan^2 B+1}=1$,所以$\tan^2 A\tan^2 B=1$,所以 $\tan A\tan B=1$ 或 $\tan A\tan B=-1$,所以“$\tan A\tan B=1$”不是“$\cos^2 A+\cos^2 B=1$”的必要条件,所以“$\tan A\tan B=1$”是“$\cos^2 A+\cos^2 B=1$”的充分不必要条件. 故选 A.

11. C　因为 $\sin^2(B+C)=\sin^2 B+\sin^2 C+\sin B\sin C$,所以 $\sin^2 A=\sin^2 B+\sin^2 C+\sin B\sin C$. 根据正弦定理可

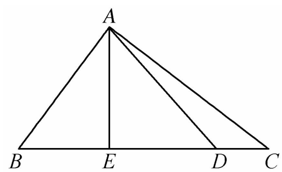
得 $a^2=b^2+c^2+bc$，所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\frac{1}{2}$，所以 $A=\frac{2}{3}\pi$. 因为 $a^2=6=b^2+c^2+bc\geqslant 3bc$，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A\leqslant\frac{1}{2}\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，当且仅当 $b=c=\sqrt{2}$ 时取"="，所以当面积取最大值时，周长 $L=\sqrt{6}+2\sqrt{2}$.

12. A　设 $CD=3BD=3m>0$. 在 $\triangle ABD$ 中，$AB^2=BD^2+AD^2-2BD\cdot AD\cos\angle ADB=m^2+1+m$，在 $\triangle ACD$ 中，$AC^2=CD^2+AD^2-2CD\cdot AD\cos\angle ADC=9m^2+1-3m$，所以 $\frac{AC^2}{AB^2}=\frac{9m^2+1-3m}{m^2+1+m}=9-\frac{12m+8}{m^2+m+1}$，令 $f(x)=9-\frac{12x+8}{x^2+x+1}$，$x>0$，所以 $f'(x)=\frac{12x^2+16x-4}{(x^2+x+1)^2}$，令 $f'(x)>0$，解得 $x>\frac{\sqrt{7}-2}{3}$，令 $f'(x)<0$，解得 $0<x<\frac{\sqrt{7}-2}{3}$，所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\sqrt{7}-2}{3}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{\sqrt{7}-2}{3},+\infty\right)$ 上单调递增，所以当 $x=\frac{\sqrt{7}-2}{3}$ 时，$f(x)$ 取得最小值. 所以当 $m=\frac{\sqrt{7}-2}{3}$ 时，$\frac{AC^2}{AB^2}$ 取得最小值. 所以 $\frac{AC}{AB}$ 取得最小值时，$BD=\frac{\sqrt{7}-2}{3}$. 故选 A.

13. $\frac{2\pi}{3}$　由正弦定理得 $a^2=b^2+c^2+bc$，即：$b^2+c^2-a^2=-bc$，故 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{-bc}{2bc}=-\frac{1}{2}$，又 $A\in(0,\pi)$，可得：$A=\frac{2\pi}{3}$.

14. $6\sqrt{3}+6$　因为 $S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ADC}=S_{\triangle ABC}$，所以 $\frac{1}{2}AB\cdot AD\sin\angle BAD+\frac{1}{2}AC\cdot AD\sin\angle CAD=\frac{1}{2}AC\cdot AB\sin\angle CAB$，即 $\frac{1}{2}AB\times 4\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}AC\times 4\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}AC\cdot AB\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $AC\cdot AB=\frac{4\sqrt{3}}{3}(AB+AC)$，由余弦定理得 $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos\angle BAC$，即 $36=AB^2+AC^2-AB\cdot AC=(AB+AC)^2-3AB\cdot AC=(AB+AC)^2-3\times\frac{4\sqrt{3}}{3}(AB+AC)$，解得 $AB+AC=6\sqrt{3}$，所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $BC+AB+AC=6\sqrt{3}+6$.

15. $\frac{504}{25}$　如图，过 A 作 BC 的垂线，垂足为 E. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$AB=6$，$BC=10$，所以 $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=8$. 所以 $AE=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{24}{5}$. 在 $\triangle ABE$ 中，$AE=\frac{24}{5}$，$AB=6$，$AE\perp BE$，所以 $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\frac{18}{5}$. 在 $\triangle AED$ 中，$AE=\frac{24}{5}$，$\angle ADB=45°$，$AE\perp BE$，所以 $DE=\frac{24}{5}$，所以 $\triangle ABD$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\cdot BD\cdot AE=\frac{1}{2}\times\frac{42}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{504}{25}$.



16. $\frac{9\sqrt{3}}{14}$　设 $\angle ABD=\theta$，则 $\angle ACB=60°-\theta$，$AB=\cos\theta$，在 $\triangle ABC$ 中，由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin\angle ACB}=\frac{BC}{\sin\angle BAC}$，即 $\frac{\cos\theta}{\sin(60°-\theta)}=\frac{\sqrt{3}}{\sin 30°}$，即 $\frac{1}{2}\cos\theta=\sqrt{3}\sin(60°-\theta)$，化简得 $\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta$，代入 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，得 $\sin^2\theta=\frac{4}{7}$，又 θ 为锐角，所以 $\sin\theta=\frac{2}{7}\sqrt{7}$，所以 $\cos\theta=\frac{\sqrt{21}}{7}$，所以 $AB=\cos\theta=\frac{\sqrt{21}}{7}$，$AD=\sin\theta=\frac{2}{7}\sqrt{7}$，所以四边形$ABCD$的面积 $S=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{21}}{7}\times\frac{2}{7}\sqrt{7}+\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}=\frac{9\sqrt{3}}{14}$.

17. 解：(1)因为 $\sqrt{3}\sin C-\cos C=\frac{c-b}{a}$，所以 $\sqrt{3}\sin C-\cos C=\frac{\sin C-\sin B}{\sin A}$，

整理得 $\sqrt{3}\sin C\sin A-\cos C\sin A=\sin C-\sin B$，…………………………………… 2 分

又 $B=\pi-(A+C)$，所以 $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，

所以 $\sqrt{3}\sin C\sin A+\cos A\sin C=\sin C$，因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq 0$，

所以 $\sqrt{3}\sin A+\cos A=1$，即 $\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$，………………………………… 4 分

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right)$，所以 $A+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$，即 $A=\frac{2\pi}{3}$.　……………………… 5 分