2024届高三名校周考阶梯训练卷

编写说明

为满足2024届高三学子一轮复习时对重要考点进行强化训练的需求，本公司研究员联合各地命题专家特别研发了《2024届高三名校周考阶梯训练卷》。现将有关编写事项说明如下：

1. 本卷主要由各地资深教研员、一线知名教师根据最新考试大纲和《中国高考评价体系》命制，专家团队负责审稿。确保每份试卷的精准性和导向性。

2. 本卷主要依据教材章节或高考题型特点，切准考点，以点带面，覆盖基础知识，突出重难点，以达到建构学科知识网络的目的。

3. 试题注重考查必备知识、关键能力、学科素养及核心价值，使广大考生紧紧把握高考大方向，提高复习备考的针对性和有效性。

4. 试题有较好的区分度。既有相当比重的基础题，注重基础知识的巩固训练，也有适量的提高题，强化知识的灵活运用。适合不同类型学校的使用。

5. 所有学科均为20套试卷，每套试卷均按45分钟左右题量设计，印刷成品为8K，使用方便。

《高三名校周考阶梯训练卷》编委会

2023年1月

目 录

CONTENTS

文科数学卷(七)参考答案

1. C　由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$,可知$\frac{3c}{\sin A}=\frac{c}{\frac{1}{6}}$,解得 $\sin A=\frac{1}{2}$,则 $A=\frac{\pi}{6}$或$\frac{5\pi}{6}$. 故选 C.

2. A　由余弦定理,得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$. ∵$C\in(0,\pi)$,∴$C=\frac{\pi}{3}$. 故选 A.

3. D　因为$\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}$,所以$\frac{\sqrt{3}}{\sin 30^\circ}=\frac{3}{\sin B}$,所以 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$. 因为 $0<B<\frac{5\pi}{6}$,所以 $B=\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$. 当 $B=\frac{\pi}{3}$时,$A=\frac{\pi}{2}$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 3=\frac{3}{2}\sqrt{3}$;当 $B=\frac{2\pi}{3}$时,$A=\frac{\pi}{6}$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\sqrt{3}$.

4. A　因为 $S=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$,所以$\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{4}\times 2ab\cos C$,所以 $\tan C=1$,又 $0<C<\pi$,所以 $C=\frac{\pi}{4}$. 设$\triangle ABC$的外接圆的半径为 r,所以 $2r=\frac{c}{\sin C}=\frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=6\sqrt{2}$,解得 $r=3\sqrt{2}$. 故选 A.

5. B　根据题意可得$\begin{cases}2b=a+c,\\ \frac{1}{2}ac\sin B=\sqrt{3},\\ b^2=a^2+c^2-2ac\cos B,\end{cases}$ 即$\begin{cases}2b=a+c,\\ ac=4,\\ b^2=a^2+c^2-ac,\end{cases}$ 解得 $b=2$.

6. B　对于 A,若 $a^2+c^2-b^2>0$,则 $\cos B>0$,B 为锐角,不能判定$\triangle ABC$ 为锐角三角形,故 A 错误;对于 B,若$\triangle ABC$ 为锐角三角形,则 $A+B>\frac{\pi}{2}$,且$\frac{\pi}{2}>A>\frac{\pi}{2}-B>0$,∴$\sin A>\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)=\cos B$,故 B 正确;对于 C,∵$a\cos A=b\cos B$,∴$\sin A\cos A=\sin B\cos B$,∴$\sin 2A=\sin 2B$,∴$A=B$ 或 $2A+2B=180^\circ$即 $A+B=90^\circ$,∴$\triangle ABC$ 为等腰或直角三角形,故 C 错误;对于 D,若 $2\cos B\sin A=\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$,∴$\cos B\sin A-\cos A\sin B=0$,$\sin(A-B)=0$,∵$A,B$ 是三角形内角,∴$A-B=0$,即 $A=B$,$\triangle ABC$ 为等腰三角形,故 D 错误. 故选 B.

7. B　由 $\sin^2 C=2\sin^2 B+2\sqrt{3}\sin^2 B\sin C$ 及正弦定理可得 $c^2=2b^2(1+\sqrt{3}\sin C)$,因为$\triangle ABC$ 中,$\sin A=\cos\left(\frac{\pi}{2}-B\right)$,所以 $a=b$,由余弦定理可得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=2b^2(1-\cos C)$,所以 $2b^2(1+\sqrt{3}\sin C)=2b^2(1-\cos C)$,所以$\sqrt{3}\sin C=-\cos C$,故 $\tan C=-\frac{\sqrt{3}}{3}$,又 $0<C<\pi$,故 $C=\frac{5\pi}{6}$. 所以 $c^2=(2+\sqrt{3})a^2$,所以$\frac{a}{c}=\sqrt{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$. 故选 B.

8. C　因为$\triangle CBD$ 的面积为$\frac{1}{2}CB\cdot CD\cdot\sin\angle BCD=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{2}\sin\angle BCD=1$,∴$\sin\angle BCD=\frac{\sqrt{5}}{5}$,又 $A=60^\circ$,分析知 $\cos\angle BCD=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. 由余弦定理可得$BD^2=CB^2+CD^2-2CB\cdot CD\cdot\cos\angle BCD=10+2-2\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{2\sqrt{5}}{5}=4$,解得 $BD=2$.

9. A　若 $\tan A\tan B=1$,则$\frac{\sin A}{\cos A}\cdot\frac{\sin B}{\cos B}=1$,即 $\cos A\cos B-\sin A\sin B=\cos(A+B)=-\cos C=0$,所以 $C=\frac{\pi}{2}$. 所以 $A+B=\frac{\pi}{2}$,即 $A=\frac{\pi}{2}-B$,所以 $\cos A=\cos\left(\frac{\pi}{2}-B\right)$,所以 $\cos^2 A=\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-B\right)=\sin^2 B=1-\cos^2 B$,所以 $\cos^2 A+\cos^2 B=1$,所以“$\tan A\tan B=1$”是“$\cos^2 A+\cos^2 B=1$”的充分条件. 若 $\cos^2 A+\cos^2 B=1$,则$\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A+\cos^2 A}+\frac{\cos^2 B}{\sin^2 B+\cos^2 B}=1$,即$\frac{1}{\tan^2 A+1}+\frac{1}{\tan^2 B+1}=1$,所以$\tan^2 A\tan^2 B=1$,所以 $\tan A\tan B=1$ 或 $\tan A\tan B=-1$,所以“$\tan A\tan B=1$”不是“$\cos^2 A+\cos^2 B=1$”的必要条件,所以“$\tan A\tan B=1$”是

"$\cos^2 A+\cos^2 B=1$"的充分不必要条件. 故选 A.

10. D　因为 $\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(2A-\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以 $\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\left[1-2\sin^2\left(A-\frac{\pi}{3}\right)\right]=\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以 $\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)\left[1-\sqrt{2}\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)\right]=0$,所以 $\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)=0$ 或 $1-\sqrt{2}\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)=0$. 又 A 为锐角,所以 $A=\frac{\pi}{3}$. 又 $a=2b$,所以 $\sin A=2\sin B$,所以 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{4}$. 又 $a>b$,所以 $A>B$,所以 $\cos B=\frac{\sqrt{13}}{4}$. 又 $\cos A=\frac{1}{2}$,所以 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{13}}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{39}+\sqrt{3}}{8}$,所以△$ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times4\times2\times\frac{\sqrt{39}+\sqrt{3}}{8}=\frac{\sqrt{39}+\sqrt{3}}{2}$. 故选 D.

11. C　因为 $\sin^2(B+C)=\sin^2 B+\sin^2 C+\sin B\sin C$,所以 $\sin^2 A=\sin^2 B+\sin^2 C+\sin B\sin C$. 根据正弦定理可得 $a^2=b^2+c^2+bc$,所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\frac{1}{2}$,所以 $A=\frac{2}{3}\pi$. 因为 $a^2=6=b^2+c^2+bc\geqslant3bc$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A\leqslant\frac{1}{2}\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,当且仅当 $b=c=\sqrt{2}$ 时取"=",所以当面积取最大值时,周长 $L=\sqrt{6}+2\sqrt{2}$.

12. D　设 $CD=3BD=3m>0$. 在△ABD 中,$AB^2=BD^2+AD^2-2BD\cdot AD\cos\angle ADB=m^2+1+m$,在△$ACD$ 中,$AC^2=CD^2+AD^2-2CD\cdot AD\cos\angle ADC=9m^2+1-3m$,所以 $\frac{AC^2}{AB^2}=\frac{9m^2+1-3m}{m^2+1+m}=9-\frac{12m+8}{m^2+m+1}$,令 $f(x)=9-\frac{12x+8}{x^2+x+1}$,$x>0$,所以 $f'(x)=\frac{12x^2+16x-4}{(x^2+x+1)^2}$,令 $f'(x)>0$,解得 $x>\frac{\sqrt{7}-2}{3}$,令 $f'(x)<0$,解得 $0<x<\frac{\sqrt{7}-2}{3}$,所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\sqrt{7}-2}{3}\right)$ 上单调递减,在 $\left(\frac{\sqrt{7}-2}{3},+\infty\right)$ 上单调递增,所以当 $x=\frac{\sqrt{7}-2}{3}$ 时,$f(x)$ 取得最小值. 所以当 $m=\frac{\sqrt{7}-2}{3}$ 时,$\frac{AC^2}{AB^2}$ 取得最小值. 所以 $\frac{AC}{AB}$ 取得最小值时,$BD=\frac{\sqrt{7}-2}{3}$. 故选 D.

13. $\frac{2\pi}{3}$　由正弦定理得 $a^2=b^2+c^2+bc$,即:$b^2+c^2-a^2=-bc$,故 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{-bc}{2bc}=-\frac{1}{2}$,又 $A\in(0,\pi)$,可得:$A=\frac{2\pi}{3}$.

14. $2\sqrt{7}$　由正弦定理得 $(\sin A+\sin B)\cos C=\sin C(\cos A+\cos B)$,所以 $\sin A\cos C+\sin B\cos C=\sin C\cos A+\sin C\cos B$,所以 $\sin A\cos C-\sin C\cos A=\sin C\cos B-\sin B\cos C$,$\sin(A-C)=\sin(C-B)$,又 A,B,C 是三角形内角,$A-C+C-B=A-B\in(-\pi,\pi)$,所以 $A-C=C-B$,所以 $A+B=2C$,所以 $C=\frac{\pi}{3}$,由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=4^2+6^2-2\times4\times6\times\frac{1}{2}=28$,所以 $c=2\sqrt{7}$.

15. $2\sqrt{7}$　因为 $A=\frac{2\pi}{3}$,且 AD 为△ABC 的角平分线,所以 $\angle BAD=\angle CAD=\frac{\pi}{3}$,所以 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}c\cdot AD\sin\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}b\cdot AD\sin\frac{\pi}{3}$,即 $2\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}(c+b)$,所以 $b+c=6$,又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}bc}{4}=2\sqrt{3}$,所以 $bc=8$,由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\frac{2\pi}{3}=(b+c)^2-bc=28$,所以 $a=2\sqrt{7}$.

16. $\frac{9\sqrt{3}}{14}$　设 $\angle ABD=\theta$,则 $\angle ACB=60^\circ-\theta$,$AB=\cos\theta$,在△$ABC$ 中,由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin\angle ACB}=\frac{BC}{\sin\angle BAC}$,即 $\frac{\cos\theta}{\sin(60^\circ-\theta)}=\frac{\sqrt{3}}{\sin30^\circ}$,即 $\frac{1}{2}\cos\theta=\sqrt{3}\sin(60^\circ-\theta)$,化简得 $\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta$,代入 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$,得 $\sin^2\theta=\frac{4}{7}$,又 θ 为锐角,所以 $\sin\theta=\frac{2}{7}\sqrt{7}$,所以 $\cos\theta=\frac{\sqrt{21}}{7}$,所以 $AB=\cos\theta=\frac{\sqrt{21}}{7}$,$AD=\sin\theta=\frac{2}{7}\sqrt{7}$,所以四边形 $ABCD$ 的面积 $S=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{21}}{7}\times\frac{2}{7}\sqrt{7}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{9\sqrt{3}}{14}$.