全国名校高三单元检测示范卷

编写说明

一、项目定位

《全国名校高三单元检测示范卷》是高三一轮复习过程中的阶段性练习或检测用卷，是学生在复习备考过程中对所复习知识的即时巩固和拓展提高性试卷。

二、各科单元套数、题量(时长)

学科	语文	数学(分文理)	英语	物理	化学	生物	思想政治	历史	地理
套数	21	21	21	15	15	15	15	15	15
题量(时长)	按题型、考点，各单元不同	120 分钟	120 分钟	90 分钟	90 分钟	90 分钟	90 分钟	90 分钟	90 分钟

三、项目编写亮点

1. 依据教材单元或章节顺序，切准考点，针对练习，高效复习；
2. 紧扣各模块单元知识内容，适当滚动，温故知新，触类旁通；
3. 依据最新考纲，强化核心价值、学科素养、关键能力和必备知识；
4. 汇集名校试题，材料丰富新颖，导向权威精准，备考事半功倍。

四、产品上市时间

1. 第一批：高考前(考前版)，5 月初；
2. 第二批：高考后(考后版)，7 月初。

《全国名校高三单元检测示范卷》编委会
2023 年 1 月

理科数学目录

CONTENTS

理科数学(一)参考答案

1. C　命题“$\forall x>0, e^x \geqslant x+1$”中含有全称量词，故该命题的否定需要将全称量词改为存在量词，且只否定结论，不否定条件，所以该命题的否定为“$\exists x>0, e^x<x+1$”. 故选 C.

2. A　由题知 $M=\{2,4,5\}$，对比选项知，A 正确，B、C、D 错误. 故选 A.

3. A　由 $x^2+2x-3<0$，得 $-3<x<1$，所以 $A=(-3,1)$；由 $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leqslant 2$，得 $x \geqslant -1$，所以 $B=[-1,+\infty)$，于是 $A\cap B=[-1,1)$. 故选 A.

4. B　若 $f(x)=|x-a|$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，则 $a\leqslant 1$，此时 $a<2$ 成立；若 $a<2$，得不到 $a\leqslant 1$，故“$a<2$”是“$f(x)=|x-a|$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增”的必要不充分条件. 故选 B.

5. B　由 $\log_3 x \leqslant 1$，得 $0<x\leqslant 3$，即 $A=\{x|0<x\leqslant 3\}$. 又 $B=\{x|0<x<a\}$，且 $A\subseteq B$，所以实数 a 的取值范围是 $(3,+\infty)$. 故选 B.

6. D　图中阴影部分表示集合 $\complement_U B\cap A$. 又全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x||x+1|<1\}=\{x|-2<x<0\}$，$B=\{x|x\leqslant -1\}$，所以 $\complement_U B\cap A=\{x|x>-1\}\cap\{x|-2<x<0\}=\{x|-1<x<0\}$.

7. D　对于命题 p，取 $a=0.1$，$b=1$，适合 $a+1>b$，但此时 $a<b$，所以命题 p 为假命题，则 $\neg p$ 为真命题；对于命题 q，$\frac{1}{2}\sin x_0+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x_0=\sin\left(x_0+\frac{\pi}{3}\right)$，由 $x_0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，得 $x_0+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$，所以当 $x_0+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，即 $x_0=\frac{\pi}{6}$ 时，$\frac{1}{2}\sin x_0+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x_0=1$ 成立，所以命题 q 为真命题. 综上，D 选项为真命题. 故选 D.

8. D　若 $a=1.9$，$b=2.1$，则 $a+b=4$. 故原命题为假；若 $a=2$，$b=2.1$，则 $a+b\neq 4$. 故其逆命题为假. 故选 D.

9. A　$\because A=(0,2)$，$B=\left(\frac{1}{4}+a,1+a\right)$，$B\subseteq A$，所以 $0\leqslant a+\frac{1}{4}<a+1\leqslant 2$，$\therefore -\frac{1}{4}\leqslant a\leqslant 1$. 故选 A.

10. C　$\because$命题“存在 $x\in\mathbf{R}$，使 $e^{|x-1|}-m\leqslant 0$”是假命题，$\therefore$对任意的 $x\in\mathbf{R}$，有 $e^{|x-1|}-m>0$，$\therefore m<(e^{|x-1|})_{\min}$，又当 $x=1$ 时 $e^{|x-1|}$ 取得最小值 1，$\therefore m$ 的取值范围是 $(-\infty,1)$，$\therefore a=1$. 故选 C.

11. D　因为 $M=\left\{x\left|\frac{x}{4}\in\mathbf{N}^*\right.，且\frac{x}{10}\in\mathbf{N}^*\right\}=\left\{x|x=20k(k\in\mathbf{N}^*)\right\}$，$N=\left\{x\left|\frac{x}{40}\in\mathbf{Z}\right.\right\}=\{x|x=40k(k\in\mathbf{Z})\}$，所以 $M\cap N=\{x|x=40k(k\in\mathbf{N}^*)\}$，即 $M\cap N=\left\{x\left|\frac{x}{40}\in\mathbf{N}^*\right.\right\}$. 故选 D.

12. D　由 $A\cap B=A\cup B$，得 $A=B$；因为 $A=\{1,2\}$，所以 $B=\{x\in\mathbf{N}|x^2+mx+1<0\}=\{1,2\}$，令 $f(x)=x^2+mx+1$，结合二次函数图象性质及零点存在性定理，得 $\begin{cases}f(0)=1>0,\\ f(1)<0,\\ f(2)<0,\\ f(3)\geqslant 0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2+m<0,\\ 5+2m<0,\\ 10+3m\geqslant 0,\end{cases}$ 得 $-\frac{10}{3}\leqslant m<-\frac{5}{2}$，所以实数 m 的取值范围为 $\left[-\frac{10}{3},-\frac{5}{2}\right)$，故选 D.

13. $-i$　因为 $A\cup B=A$，所以 B 是 A 的子集，因为 $1\in A$，所以 $zi=1$，$z=-i$.

14. $(7,+\infty)$　因为原命题和逆否命题同真假，所以原命题的否定为真命题，即命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$|x-2|-|x-9|<a$”为真，设 $f(x)=|x-2|-|x-9|$，易知 $|x-2|-|x-9|\in[-7,7]$，又 $\forall x\in\mathbf{R}$，$|x-2|-|x-9|<a$，故 $a>7$.

15. $\left\{-4,-1,1,\frac{5}{2}\right\}$　分类讨论：①当 $a=1$ 时，$B=\varnothing$，符合题意；②当 $a\neq 1$ 时，$A\cap B=\varnothing$ 则必有 $a+1=-(a+1)$ 且 $-2a+1\neq\frac{15}{a-1}$，或 $2(a^2-1)+3(a-1)=15$，所以 $a=-1$，或 $a=-4$，$a=\frac{5}{2}$，故 a 取值的集合为 $\left\{-4,-1,1,\frac{5}{2}\right\}$.

16. $(-\infty,-3]$　由题意得关于 λ 的方程 $\lambda^2+a\lambda+a+3=0$ 有两个不等的正根，

$\therefore\begin{cases}\Delta=a^2-4(a+3)>0\\ -a>0\\ a+3>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>6 或 a<-2\\ a<0\\ a>-3\end{cases}\Rightarrow -3<a<-2$，

$\because(\complement_U B)\cap A=\varnothing$，$\therefore A\subseteq B$，$\therefore t\leqslant -3$.

17. 证明：(1)因为 $5=3^2-2^2$，所以 $5\in A$. ………………………… 4 分

(2)因为 $x=m^2-n^2=(m+n)(m-n)$，$m\in\mathbf{Z}$，$n\in\mathbf{Z}$，当 m,n 都为偶数或奇数时，$m+n$ 和 $m-n$ 都为偶数，所以 x 为 4 的倍数；当 m,n 为一个偶数，一个奇数时，$m+n$ 和 $m-n$ 都为奇数，所以 x 为奇数. 显然 $8k-2=2(4k-1)$ 都不满足，所以 $8k-2\notin A$. ………………………… 10 分

18. 解：(1)当 $a=2$ 时，$A=\{x|(x-2)(x-7)<0\}=\{x|2<x<7\}$，……… 1 分

$B=\{x|(x-4)(x-5)<0\}=\{x|4<x<5\}$，………………………… 2 分

则 $A\cap B=\{x|4<x<5\}$. ………………………… 3 分

(2)当 $a=1$ 时，$A=\{x|(x-2)(x-4)<0\}=\{x|2<x<4\}$，……… 4 分

$B=\{x|(x-2)^2<0\}=\varnothing$，………………………… 5 分

所以 $B\subsetneqq A$. ………………………… 6 分

注：$B\subseteq A$ 也正确，不扣分.

(3)①当 $a\neq 1$ 时，集合 B 不是空集，考虑到此时 $a^2+1>2a$，则 $B=\{x|2a<x<a^2+1\}$，

当 $3a+1<2$，即 $a<\frac{1}{3}$ 时，$A=\{x|3a+1<x<2\}$，

由 $B\subseteq A$,得$\begin{cases}3a+1\leqslant 2a,\\ a^2+1\leqslant 2,\end{cases}$解得 $a=-1$,适合 $a<\frac{1}{3}$,

此时 $a=-1$. …………………………………………………… 8 分

当 $3a+1=2$,即 $a=\frac{1}{3}$时, $A=\{x|(x-2)^2<0\}=\varnothing$,不符合 $B\subseteq A$. … 9 分

当 $3a+1>2$,即 $a>\frac{1}{3}$时, $A=\{x|2<x<3a+1\}$, $B=\{x|2a<x<a^2+1\}$,

由 $B\subseteq A$,得$\begin{cases}2a\geqslant 2,\\ a^2+1\leqslant 3a+1,\end{cases}$解得 $1\leqslant a\leqslant 3$,所以 $1<a\leqslant 3$; ………… 10 分

②当 $a=1$ 时, $B=\varnothing$,显然 $B\subseteq A$ 成立. …………………………… 11 分

综上,实数 a 的取值范围是 $[1,3]\cup\{-1\}$. ……………………… 12 分

19. 解:(1)法一:因为"$\forall x\in\mathbf{R}, x^2-4x-m>0$"为假命题,所以"$\exists x\in\mathbf{R}, x^2-4x-m\leqslant 0$"为真命题,即 $\exists x\in\mathbf{R}, m\geqslant x^2-4x$ 为真命题,等价于 $m\geqslant(x^2-4x)_{\min}$,

…………………………………………………………………… 3 分

又 $x^2-4x=(x-2)^2-4\geqslant-4$,所以 $m\geqslant-4$,即 $A=\{m|m\geqslant-4\}$. … 6 分

法二:因为"$\forall x\in\mathbf{R}, x^2-4x-m>0$"为假,所以"$\exists x\in\mathbf{R}, x^2-4x-m\leqslant 0$"为真,即 $\Delta=16+4m\geqslant 0$,所以 $m\geqslant-4$,即 $A=\{m|m\geqslant-4\}$. ………… 6 分

(2)因为 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的充分不必要条件,所以集合 B 为集合 A 的真子集,

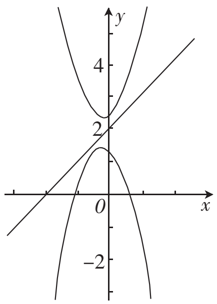
…………………………………………………………………… 8 分

又 $B=\{m|-1<m-a\leqslant 1\}$,所以 $B=\{m|a-1<m\leqslant a+1\}$, ……… 10 分

所以 $a-1\geqslant-4$,解得 $a\geqslant-3$,故实数 a 的取值范围是 $[-3,+\infty)$.

…………………………………………………………………… 12 分

20. 解:因为 $2x^2+(a+1)x+b-\frac{4}{3}>0$, $2x^2+(1-a)x+\frac{5}{2}-b>0$,可得 $-2x^2-x+\frac{4}{3}<ax+b$, $2x^2+x+\frac{5}{2}>ax+b$. ………………………………………… 4 分



记 $y_1=-2x^2-x+\frac{4}{3}$, $y_2=2x^2+x+\frac{5}{2}$,分别作出两个二次函数的图象,根据题意可知 $b=2$,所以有

$\begin{cases}2x^2+(a+1)x+\frac{2}{3}>0,\\ 2x^2+(1-a)x+\frac{1}{2}>0\end{cases}$ 恒成立,

所以$\begin{cases}(a+1)^2-\frac{16}{3}<0\\ (1-a)^2-4<0\end{cases}$,解得 $-1<a<\frac{4\sqrt{3}}{3}-1$,因为 $a\in\mathbf{N}_+$,

所以 $a=1$,即 $a=1, b=2$. ……………………………………… 12 分

21. 解:(1)$\because$存在 $x\in\mathbf{R}$ 使 $2^{x^2+mx+4}-1\leqslant 0$ 成立,

$\therefore$存在 $x\in\mathbf{R}$ 使 $x^2+mx+4\leqslant 0$ 成立, ………………………… 2 分

$\therefore m^2-4\times 1\times 4\geqslant 0$, ………………………………………… 4 分

$\therefore m\leqslant-4$ 或 $m\geqslant 4$. ………………………………………… 5 分

又$\because m>0$,

$\therefore m_{\min}=4$. ……………………………………………………… 6 分

(2)$\because\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant 2$,

$\therefore -2\leqslant 1-\frac{x-1}{3}\leqslant 2$,

$\therefore -2\leqslant x\leqslant 10$,

$\therefore p: -2\leqslant x\leqslant 10$. ……………………………………………… 7 分

当 $m=-5$ 时, $2^{x^2-5x+4}-1\leqslant 0$,

$\therefore x^2-5x+4\leqslant 0$,

$\therefore 1\leqslant x\leqslant 4$,

$\therefore q: 1\leqslant x\leqslant 4$. ……………………………………………… 8 分

又"$p\vee q$"为真命题,"$p\wedge q$"为假命题,

$\therefore$当 p 真、q 假时,有$\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 10,\\ x<1 \text{ 或 } x>4,\end{cases}$

$\therefore -2\leqslant x<1$ 或 $4<x\leqslant 10$; …………………………………… 9 分

当 p 假、q 真时,有$\begin{cases}x<-2 \text{ 或 } x>10,\\ 1\leqslant x\leqslant 4,\end{cases}$此时解集为空集. ……………… 10 分

综上,所求实数 x 的取值范围是 $[-2,1)\cup(4,10]$. …………………… 12 分

22. 解:(1)若 q 为真,则 $x^2-2x-a+4>0$ 对任意的 $x\in(-\infty,2]$ 恒成立,

分离参数 a,得 $a<x^2-2x+4$. …………………………………… 1 分

设 $g(x)=x^2-2x+4$, $x\in(-\infty,2]$,则只需 $a<g(x)_{\min}$. ………… 2 分

而 $g(x)=(x-1)^2+3$,则当 $x=1\in(-\infty,2]$时, $g(x)_{\min}=g(1)=3$,

…………………………………………………………………… 4 分

所以 $a<3$,

故实数 a 的取值范围为 $(-\infty,3)$. ……………………………………… 5 分

(2)因为 $p\vee q$ 为真, $p\wedge q$ 为假,所以 p 与 q 一真一假. ……………… 7 分

若 p 为真,则 $a=0$ 或$\begin{cases}a\neq 0,\\ \Delta\geqslant 0,\end{cases}$解得 $a\leqslant 1$; ……………………………… 9 分

当 p 真 q 假时,$\begin{cases}a\leqslant 1,\\ a\geqslant 3,\end{cases}$此时无解; ……………………………… 10 分

当 p 假 q 真时,$\begin{cases}a>1,\\ a<3,\end{cases}$解得 $1<a<3$. ……………………………… 11 分

综上,实数 a 的取值范围为 $(1,3)$. ……………………………………… 12 分