

2024 届全国名校高三单元检测示范卷·理科数学(一)

集合与常用逻辑用语

(120 分钟 150 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 命题“ $\forall x > 0, e^x \geq x + 1$ ”的否定是

- A. $\forall x > 0, e^x < x + 1$ B. $\exists x \leq 0, e^x < x + 1$
C. $\exists x > 0, e^x < x + 1$ D. $\forall x \leq 0, e^x < x + 1$

2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 M 满足 $\complement_U M = \{1, 3\}$, 则

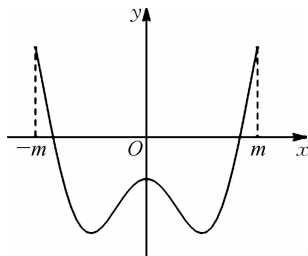
- A. $2 \in M$ B. $3 \in M$ C. $4 \notin M$ D. $5 \notin M$

3. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x - 3 < 0\}$, $B = \left\{x \mid \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2\right\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $[-1, 1)$ B. $[-1, 3)$ C. $(-1, 1)$ D. $(-1, 3)$

4. “ $a < 2$ ”是“ $f(x) = |x - a|$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增”的

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

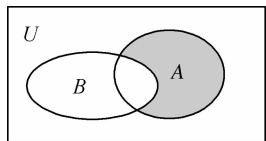


5. 已知集合 $A = \{x | \log_3 x \leq 1\}$, $B = \{x | 0 < x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[3, +\infty)$ B. $(3, +\infty)$
C. $(1, +\infty)$ D. $(4, +\infty)$

6. 若全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | |x + 1| < 1\}$, $B = \{x | x \leq -1\}$, 则图中阴影部分表示的集合是

- A. $\{x | -2 < x < 0\}$
B. $\{x | -1 \leq x < 0\}$
C. $\{x | -1 < x \leq 0\}$
D. $\{x | -1 < x < 0\}$



7. 已知命题 p : 若 $a + 1 > b$, 则 $a > b$; 命题 q : $\exists x_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \frac{1}{2} \sin x_0$

$+\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x_0 = 1$, 则下列命题为真命题的是

- A. $p \wedge q$ B. $p \vee (\neg q)$
C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \wedge q$

8. 关于“若 $a + b = 4$, 则 a, b 至少有一个等于 2”及其逆命题的说法正确的是

- A. 原命题为真, 逆命题为假
B. 原命题为假, 逆命题为真
C. 原命题与逆命题均为真命题
D. 原命题与逆命题均为假命题

9. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x < 0\}$, 函数 $f(x) = 2^{-x} + a (x \in A)$ 的值域为 B , 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $\left[-\frac{1}{4}, 1\right]$ B. $\left(-\frac{1}{4}, 1\right)$
C. $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$ D. $(-1, 0)$

10. 由命题“存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $e^{|x-1|} - m \leq 0$ ”是假命题, 得 m 的取值范围是 $(-\infty, a)$, 则实数 a 的值是

- A. 2 B. e C. 1 D. $\frac{1}{e}$

11. 若集合 $M = \left\{x \mid \frac{x}{4} \in \mathbf{N}^*, \text{ 且 } \frac{x}{10} \in \mathbf{N}^*\right\}$, $N = \left\{x \mid \frac{x}{40} \in \mathbf{Z}\right\}$, 则

- A. $M = N$ B. $N \subseteq M$
C. $M \cup N = \left\{x \mid \frac{x}{20} \in \mathbf{Z}\right\}$ D. $M \cap N = \left\{x \mid \frac{x}{40} \in \mathbf{N}^*\right\}$

12. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \left\{x \in \mathbf{N} \mid x^2 + mx + 1 < 0\right\}$ ($m \in \mathbf{R}$). 若 $A \cap B = A \cup B$, 则 m 的取值范围为

- A. $\left(-\infty, -\frac{10}{3}\right)$ B. $\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right)$
C. $\left(-\frac{10}{3}, -\frac{5}{2}\right)$ D. $\left[-\frac{10}{3}, -\frac{5}{2}\right)$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中的横线上)

13. 已知集合 $A = \{\sqrt{2}, 2, zi\}$ (其中 i 为虚数单位), $B = \{1\}$, $A \cup B = A$, 则复数 z 等于_____.

14. 已知命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, |x-2| - |x-9| \geq a$ ”的逆否命题为假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. 已知集合 $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = a+1 \right\}$, $B = \{ (x, y) \mid (a^2-1)x + (a-1)y = 15 \}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 取值的集合为_____.

16. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 非空集合 $A = \{a \mid \text{实数 } a \text{ 满足函数 } f(x) = x^4 + ax^2 + a + 3 \text{ 有四个零点}\}$, $B = \{x \mid x \geq t\}$, 若 $(\complement_U B) \cap A = \emptyset$, 则实数 t 的取值范围为_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知集合 $A = \{x \mid x = m^2 - n^2, m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z}\}$, 求证:

(1) $5 \in A$;

(2) 偶数 $8k-2 (k \in \mathbf{Z})$ 不属于 A .

18. (本小题满分 12 分)

已知集合 $A = \{x \mid (x-2)(x-3a-1) < 0\}$, $B = \{x \mid (x-2a)(x-a^2-1) < 0\}$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求 $A \cap B$;

(2) 当 $a=1$ 时, 判定 A 与 B 之间的关系;

(3) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 4x - m > 0$ ”为假命题.

(1) 求实数 m 的取值的集合 A ;

(2) 在(1)的条件下, 设集合 $B = \{m \mid -1 < m - a \leq 1\}$, 若 $x \in B$ 是 $x \in A$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知 p : 对于任意 x 都有 $2x^2 + (a+1)x + b - \frac{4}{3} > 0$; q : 对于任意

x 都有 $2x^2 + (1-a)x + \frac{5}{2} - b > 0$. 当 $a, b \in \mathbf{N}_+$ 时, $p \wedge q$ 为真, 求 a, b 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $p: \left| 1 - \frac{x-1}{3} \right| \leq 2, q: 2^{x^2+mx+4} - 1 \leq 0$.

- (1) 若存在 $x \in \mathbf{R}$ 使 $2^{x^2+mx+4} - 1 \leq 0$ 成立, 求正实数 m 的最小值;
(2) 当 $m = -5$ 时, 若“ $p \vee q$ ”为真命题, “ $p \wedge q$ ”为假命题, 求实数 x 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知 p : 函数 $f(x) = ax^2 + 2x + 1$ 有零点; $q: \forall x \in (-\infty, 2], x^2 - 2x - a + 4 > 0$.

- (1) 若 q 为真, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 求实数 a 的取值范围.