

2023 届高三滚动检测卷(一)

数 学

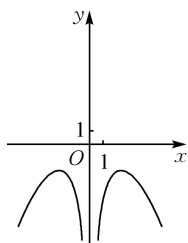
考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围:集合、常用逻辑用语、不等式、函数、导数。

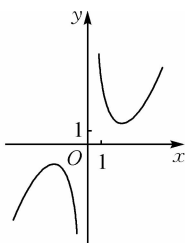
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{x | x + 2 > 0\}$, 则 $A \cup B =$
A. $(-1, +\infty)$ B. $(-2, +\infty)$
C. $(-2, -1)$ D. $(-1, 2)$
2. “ $\forall x \in \mathbf{R}, x + 1 \leq 3^x$ ”的否定是
A. $\forall x \in \mathbf{R}, x + 1 \geq 3^x$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, x + 1 > 3^x$
C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0 + 1 > 3^{x_0}$ D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0 + 1 \geq 3^{x_0}$
3. 函数 $f(x) = \sqrt{x} + \lg(2-x)$ 的定义域是
A. $(-\infty, 2)$ B. $[0, 2)$ C. $[0, 2]$ D. $[0, +\infty)$
4. “ $x \leq 8$ ”是“ $\log_2 x \leq 3$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 若 $a > b, c > d$, 则下列结论正确的是
A. $a^2 > b^2$ B. $ac^2 > bc^2$
C. $a + c > b + d$ D. $ac > bd$
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \geq 0, \\ x - 2, & x < 0, \end{cases}$ 若 $a = f(0.2^{-0.1}), b = f(\log_2 0.1), c = f(\log_2 0.2)$, 则 a, b, c 的大小关系是
A. $b > c > a$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $a > b > c$

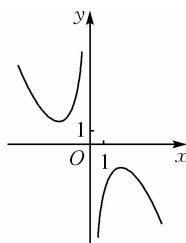
7. 函数 $f(x) = \frac{e^{-x} - e^x}{x^2}$ 的图象大致为



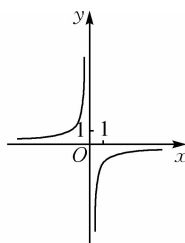
A



B



C



D

8. 若 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = 3^b = m$ 且 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 2$, 则 $m =$

A. 6

B. $\frac{1}{6}$

C. $\sqrt{6}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

9. 为践行“绿水青山就是金山银山”的发展理念, 全国各地对生态环境的保护意识持续增强. 某化工企业在生产中产生的废气需要通过过滤使废气中的污染物含量减少到不高于最初的 20% 才达到排放标准. 已知在过滤过程中, 废气中污染物含量 y (单位: mg/L) 与时间 t (单位: h) 的关系式为 $y = y_0 e^{-kt}$ (y_0, k 为正常数, y_0 表示污染物的初始含量), 实验发现废气经过 5 h 的过滤, 其中的污染物被消除了 40%, 则该企业生产中产生的废气要达标排放需要经过的过滤时间至少约为 (结果四舍五入保留整数, 参考数据: $\ln 3 \approx 1.1, \ln 5 \approx 1.6$)

A. 12 h

B. 16 h

C. 26 h

D. 33 h

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0, \\ e^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $m - f(x) = 0$ 有两个不同的实数根, 则实数 m 的取值范围为

A. $(0, +\infty)$

B. $(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$

C. $(-\infty, 0]$

D. $(0, 1]$

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) - f'(x) < 0$ 恒成立, 其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则不等式 $e^x f(x+1) > e^4 f(2x-3)$ 的解集为

A. $(4, +\infty)$

B. $(-1, 4)$

C. $(-\infty, 3)$

D. $(-\infty, 4)$

12. 已知函数 $f(x) = -x^3 + 1 + a \left(x \in \left[\frac{1}{e}, e \right] \right)$ 与 $g(x) = 3 \ln x$ 的图象上存在关于 x 轴对称的点, 则实数 a 的取值范围是

A. $[0, e^3 - 4]$

B. $\left(0, \frac{1}{e^3} + 2 \right]$

C. $\left(\frac{1}{e^3} + 2, e^3 - 4 \right]$

D. $[0, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若集合 $A = \{2, m\}$, $B = \{2m, 2\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 $m =$ _____.

14. 若 $f(x) = \frac{2^{2x} + a}{2^x}$ 是奇函数, 则 $a =$ _____.

15. 已知函数 $f(x)=x(x-1)(x-2)(x-3)$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程为_____.

16. 已知 $a>3b>0$, 则 $3a^2+\frac{1}{ab-3b^2}$ 的最小值为_____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知集合 $A=\{x|x\leq 1\}$, $B=\{x|(x+2)(x-3)>0\}$.

(1) 求 $A\cap B$;

(2) 若 $C=\{x|-1+m<x<2m\}$, $C\subseteq B$, 求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x)=ax^2+b(4-b)x-3$.

(1) 若不等式 $f(x)>0$ 的解集为 $(1, 3)$, 求实数 a, b 的值;

(2) 解关于 b 的不等式 $f(1)-ab<0(a\in\mathbf{R})$.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x^3-3ax-1(a\in\mathbf{R})$ 在 $x=-1$ 处取得极值.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 当 $x\in[-2, 1]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值.

20. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = \frac{e^{-x}}{a} + \frac{a}{e^{-x}}$ ($a > 0$) 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) - m^2 + m \geq 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 求实数 m 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

2021 年新冠肺炎仍在世界好多国家肆虐, 并且出现了传染性更强的“德尔塔”变异毒株、“拉姆达”变异毒株, 尽管我国抗疫取得了很大的成绩, 疫情也得到了很好的遏制, 但由于整个国际环境的影响, 时而也会出现一些散发病例, 故而抗疫形势依然艰巨, 日常防护依然不能有丝毫放松. 在日常防护中, 口罩是必不可少的防护用品. 某口罩生产厂家为保障抗疫需求, 调整了口罩生产规模. 已知该厂生产口罩的固定成本为 200 万元, 每生产 x 万箱, 需另投入成本 $p(x)$ 万元, 当年产量不足 90 万箱时, $p(x) = \frac{1}{2}x^2 + 40x$; 当年产量不低于 90 万箱时, $p(x) = 100x + 8\ln x + \frac{760}{x} - 2180$, 若每万箱口罩售价 100 万元, 通过市场分析, 该口罩厂生产的口罩当年可以全部销售完.

(1) 求年利润 y (万元) 关于年产量 x (万箱) 的函数关系式;

(2) 求年产量为多少万箱时, 该口罩生产厂家所获得年利润最大. (注: $\ln 95 \approx 4.55$)

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + x$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - (a+2)x + \frac{3}{2}a$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $a > 1$, $h(x) = f(x) + g(x)$, x_1, x_2 为 $h(x)$ 的两个极值点, 证明: $h(x_1) + h(x_2) < \frac{7}{2}$.