

名校周考阶梯训练

数学 人教 A 版 选择性必修第一册

1. 空间向量及其运算、空间向量基本定理、 空间向量及其运算的坐标表示

(时间:40 分钟 满分:70 分)

一、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知 $\mathbf{a}=(-3,2,5)$, $\mathbf{b}=(1,5,-1)$, 则 $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a}+3\mathbf{b})=$

A. 116

B. 83

C. 44

D. 23

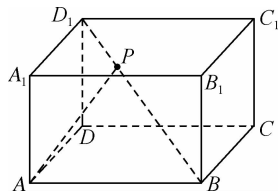
2. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是线段 D_1B 上一点,且 $BP=2D_1P$, 若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA_1}$, 则 $x+y+z=$

A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. 1



3. 已知 $\mathbf{a}=(2,-1,3)$, $\mathbf{b}=(-1,4,-4)$, $\mathbf{c}=(7,7,\lambda)$, 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 三个向量共面, 则实数 $\lambda=$

A. 9

B. 7

C. 5

D. 3

4. 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB=2$, $PA=\sqrt{10}$, E 为 PA 的中点, 则异面直线 BE 与 PC 所成角的余弦值为

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

二、选择题(本题共 2 小题,每小题 5 分,共 10 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分)

5. 下列关于空间向量的命题中,正确的有

A. 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 与空间任意向量都不能构成基底, 则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$

B. 若非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 满足 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}, \mathbf{b} \perp \mathbf{c}$, 则有 $\mathbf{a} \perp \mathbf{c}$

C. 若 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 是空间的一组基底, 且 $\overrightarrow{OD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$, 则 A, B, C, D 四点共面

D. 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间的一组基底, 则 $\mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{c}-\mathbf{b}, \mathbf{c}+\mathbf{a}$ 也是空间的一组基底

6. 若 $\mathbf{a}=(-1,\lambda,-2)$, $\mathbf{b}=(2,-1,1)$, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为 120° , 则 λ 的值为

A. -17

B. 17

C. 1

D. -1

题号	1	2	3	4	5	6
答案						

三、填空题(本题共 2 小题,每小题 5 分,共 10 分)

7. 若点 $A(2,3,2)$ 关于 xOz 平面的对称点为 A' ,点 $B(-2,1,4)$ 关于 y 轴的对称点为 B' ,点 M 为线段 $A'B'$ 的中点,则 $|MA| =$ _____.
8. 在空间直角坐标系中,已知 $A(1,2,3),B(1,0,4),C(3,0,5),D(4,1,-3)$,则直线 AD 与 BC 的位置关系是_____.(填“平行”“重合”或“垂直”)

四、解答题(本题共 3 小题,共 30 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

9. (本小题满分 8 分)

已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,0),\boldsymbol{b}=(-1,0,2)$.

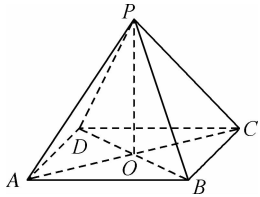
- (1)若 $(\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b})\parallel(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,求实数 k ;
- (2)若向量 $\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 所成角为锐角,求实数 k 的范围.

10. (本小题满分 10 分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的各棱长都为 $\sqrt{5}$, AC 与 BD 交于点 O .

(1)求证: $BD \perp PC$;

(2)求 $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{PC}|$ 的值.



11. (本小题满分 12 分)

已知空间中三点 $A(2, 0, -2), B(2, -1, -3), C(3, 0, -5)$, 设 $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{b} = \overrightarrow{AC}$.

(1) 若 $\mathbf{c} + \overrightarrow{BC} = \mathbf{0}$, 求向量 $\mathbf{c}$ 的坐标;

(2) 已知向量 $k\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{b}$ 互相垂直, 求实数 k 的值;

(3) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

名校周考阶梯训练

数学 人教 A 版 选择性必修第一册

2. 空间向量的应用(一)

(时间:40 分钟 满分:70 分)

一、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 两平面 α, β 的法向量分别为 $\mathbf{u}=(3, -1, z), \mathbf{v}=(-2, -y, 1)$, 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $y+z$ 的值是
A. -3 B. 6 C. -6 D. -12
2. 已知空间向量 $\mathbf{a}=(2, 3, 6), \mathbf{b}=(3, -4, 1)$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角大小为
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$
3. 已知点 $A(1, 1, 2), B(3, 0, 3)$, 若平面 α 的一个法向量 $\mathbf{n}=(-1, 2, 4)$, 则直线 AB 与平面 α 的位置关系是
A. $AB \perp \alpha$ B. $AB \parallel \alpha$ C. $AB \subset \alpha$ D. $AB \parallel \alpha$ 或 $AB \subset \alpha$
4. 已知直线 l 的方向向量为 $\mathbf{a}=(1, 0, 1)$, 点 $A(1, 2, -1)$ 在 l 上, 则点 $P(3, 1, 1)$ 到 l 的距离为
A. $2\sqrt{2}$ B. 1
C. 3 D. 2

二、选择题(本题共 2 小题,每小题 5 分,共 10 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分)

5. 已知空间中三点 $A(0, 1, 0), B(2, 2, 0), C(-1, 3, 1)$, 则下列结论错误的是
A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 是共线向量
B. 与 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的单位向量是 $\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}, 0\right)$
C. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 夹角的余弦值是 $\frac{\sqrt{55}}{11}$
D. 平面 ABC 的一个法向量是 $(1, -2, 5)$
6. 下列利用方向向量、法向量判断线线、线面、面面位置关系的结论中,正确的是
A. 两条不重合的直线 l_1, l_2 的方向向量分别是 $\mathbf{a}=(2, 3, -1), \mathbf{b}=(-2, -3, 1)$, 则 $l_1 \parallel l_2$
B. 直线 l 的方向向量 $\mathbf{a}=(1, -1, 2)$, 平面 α 的法向量是 $\mathbf{u}=(6, 4, -1)$, 则 $l \perp \alpha$
C. 两个不同的平面 α, β 的法向量分别是 $\mathbf{u}=(2, 2, -1), \mathbf{v}=(-3, 4, 2)$, 则 $\alpha \perp \beta$
D. 直线 l 的方向向量 $\mathbf{a}=(0, 3, 0)$, 平面 α 的法向量是 $\mathbf{u}=(0, -5, 0)$, 则 $l \parallel \alpha$

题号	1	2	3	4	5	6
答案						

三、填空题(本题共 2 小题,每小题 5 分,共 10 分)

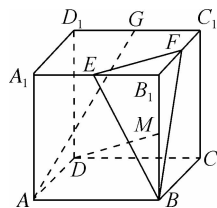
7. 已知平面 α 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(1,1,1)$, 原点 $O(0,0,0)$ 在平面 α 内, 则点 $P(4,5,3)$ 到 α 的距离为_____.
8. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}=(2,-1,1)$, $\boldsymbol{b}=(1,1,2)$ 分别是 OA, OB 的方向向量, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$ _____ ; 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为_____.

四、解答题(本题共 3 小题,共 30 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

9. (本小题满分 8 分)

如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G, M 分别为 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, BB_1$ 的中点. 试用向量法证明:

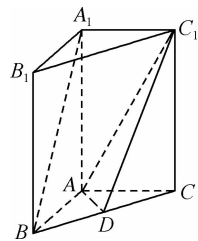
- (1) $AG \parallel$ 平面 BEF ;
- (2) $DM \perp$ 平面 BEF .



10. (本小题满分 10 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, $AB=AC=2$, $AA_1=4$,点 D 是 BC 的中点.

- (1)求异面直线 A_1B 与 C_1D 所成角的余弦值;
- (2)求平面 ADC_1 与平面 A_1BA 的夹角的余弦值.



11. (本小题满分 12 分)

如图,已知平面四边形 $ABCP$ 中, D 为 PA 的中点, $PA \perp AB$, $CD \parallel AB$,且 $PA=CD=2AB=4$.
将此平面四边形 $ABCP$ 沿 CD 折成直二面角 $P-DC-B$,连接 PA, PB, BD .

- (1)证明:平面 $PBD \perp$ 平面 PBC ;
- (2)求直线 AB 与平面 PBC 所成角的正弦值.

