# 全国名校高中模块单元检测示范卷·数学(一)

## 必修第二册　人教A版　(第六章6.1～6.2)

(本卷满分150分)

**一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。**

1. 下列说法中错误的是

A. 零向量与任一向量平行　　B. 方向相反的两个非零向量不一定共线

C. 单位向量的长度为1　　D. 相等向量一定是共线向量

2. 已知向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=2$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$,且$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为$60°$,则$|\boldsymbol{b}|$的值为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. 1　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

3. 设点$O$是▱$ABCD$对角线的交点,则下列结论错误的是

A. $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$　　B. $\overrightarrow{BO}/\!/\overrightarrow{DB}$

C. $\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{CD}$共线　　D. $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{BO}$

4. 在四边形$ABCD$中,对角线$AC$与$BD$交于点$O$,若$2\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OD}+3\overrightarrow{OB}$,则四边形$ABCD$一定是

A. 矩形　　B. 梯形　　C. 平行四边形　　D. 菱形

5. 要得到向量$-2\boldsymbol{a}$,可将

A. 向量$\boldsymbol{a}$向左平移2个单位

B. 向量$\boldsymbol{a}$向右平移2个单位

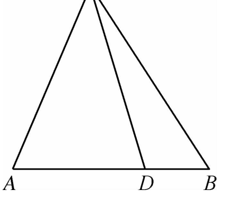
C. 向量$\boldsymbol{a}$保持方向不变,长度伸长为原来的2倍

D. 向量$\boldsymbol{a}$的方向反向,长度伸长为原来的2倍

6. 已知单位向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$,则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$等于

A. 2　　B. 1　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{3}$

7. 在△$ABC$中,点$D$满足$\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{DB}$,则




A. $\overrightarrow{CD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$　　B. $\overrightarrow{CD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

C. $\overrightarrow{CD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$　　D. $\overrightarrow{CD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

8. 已知 $O,N,P$ 在△$ABC$ 所在平面内，且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$，$\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=\mathbf{0}$，且 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}$，则点 $O,N,P$ 依次是△$ABC$ 的

A. 重心　外心　垂心

B. 重心　外心　内心

C. 外心　重心　垂心

D. 外心　重心　内心

**二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。**

9. 已知单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 则下列式子正确的是

A. $\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{b}^2$

B. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$

C. $|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|=0$

D. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

10. 化简以下各式，结果为 $\mathbf{0}$ 的有

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}$

11. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个非零向量，则下列描述正确的有

A. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$

B. 若 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$，则存在实数 $\lambda$ 使得 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$

C. 若 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $|\boldsymbol{a}|$

D. 若存在实数 $\lambda$ 使得 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$

12. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 均为单位向量，且 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})\leqslant 0$，则下列说法中正确的是

A. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$

B. $\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\geqslant 1$

C. 当 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 同向时，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|$ 取最小值 $\sqrt{2}-1$

D. 当 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$ 或 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$ 时，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|$ 取最大值 1

**选择题答题栏**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 选项 | | | | | | | | | | | | |

**三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。**

13. 在边长为 1 的等边 $ABC$ 中，$|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|=$__________.

14. 已知 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60^\circ$，则 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=$__________.

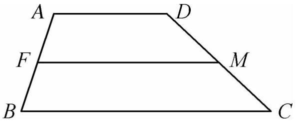
15. 已知 $|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=5$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=12$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量的模为__________.

16. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2\ 011$，$|\boldsymbol{b}|=4$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4\ 022$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为__________.

**四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17.（本小题满分 10 分）

如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$FM$ 是梯形的中位线，$AD=2$，$BC=3$. 设$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，试用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 表示下列向量.




(1)$\overrightarrow{FM}$；

(2)$\overrightarrow{CD}$.

18.（本小题满分 12 分）

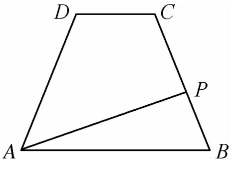
化简：

(1)$3(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})-5(-2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$；

(2)$\frac{5}{2}\left[\frac{1}{5}(4\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\right]-\frac{7}{6}\left[\frac{2}{7}(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})+\frac{3}{7}(\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b})\right]$.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB/\!/CD$，$AB=BC=2$，$CD=1$，$\angle BCD=120°$，$\overrightarrow{BP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.




(1)求$\overrightarrow{BC}$与$\overrightarrow{AB}$的数量积；

(2)求$|\overrightarrow{AP}|$.

20.(本小题满分 12 分)

已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{2}{3}\pi$,$|\boldsymbol{a}|=2$,$|\boldsymbol{b}|=3$,记 $\boldsymbol{m}=3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{n}=2\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$.

(1)若 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$,求实数 $k$ 的值;

(2)是否存在实数 $k$,使得 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$? 说明理由.

21.(本小题满分 12 分)

已知 $O$,$A$,$B$ 是不共线的三点,且 $\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}$($m$,$n\in\mathbf{R}$).

(1)若 $m+n=1$,求证:$A$,$P$,$B$ 三点共线;

(2)若 $A$,$P$,$B$ 三点共线,求证:$m+n=1$.

22.(本小题满分 12 分)

数学中处处存在着美,机械学家莱洛发现的莱洛三角形就给人以对称的美感.莱洛三角形的画法先画等边三角形 $ABC$,再分别以点 $A$,$B$,$C$ 为圆心,线段 $AB$ 长为半径画圆弧,便得到莱洛三角形.如图所示,已知 $AB=2$,$O$ 为 $BC$ 中点,点 $P$,$Q$ 分别在弧 $AC$,弧 $AB$ 上,设 $\angle PBC=\angle ACQ=\theta$.

(1)当 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 时,求 $|\overrightarrow{PQ}|$;

(2)求 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 的取值范围.