

全国名校高中模块单元检测示范卷·数学(一)

选择性必修第一册 人教 A 版 (第一章)

(本卷满分 150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 在空间直角坐标系中,已知 $P(0,0,5), Q(3,4,5)$, 则线段 PQ 的长为

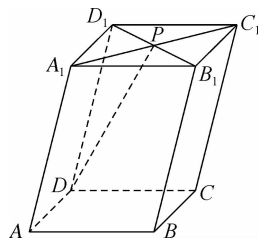
- A. 5 B. $5\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{5}$ D. $\sqrt{35}$

2. 若 $\overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{CD}$, E 为空间中异于 C, D 的任意一点, 则直线 AB 与平面 CDE 的位置关系是

- A. 相交 B. 平行 C. 在平面内 D. 平行或在平面内

3. 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 点 P 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点, 则 $\overrightarrow{DP} =$

- A. $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{c}$
C. $\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$ D. $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} - \mathbf{c}$



4. 已知向量 $\mathbf{a} = (0, 3, 3), \mathbf{b} = (-1, 1, 0)$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为

- A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

5. 若平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (2, 1, -1)$, 平面 $\beta \perp$ 平面 α , 则平面 β 的法向量的坐标可为

- A. $(4, -2, 2)$ B. $(4, 2, -2)$ C. $(-1, 1, -1)$ D. $(-2, -1, -1)$

6. O 为空间任意一点, A, B, C 三点不共线, 若 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \lambda\overrightarrow{OC} (\lambda \in \mathbf{R})$, 则 A, B, C, P 四点共面的条件为

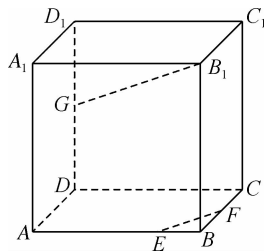
- A. $\lambda = 1$ B. $\lambda = \frac{1}{3}$ C. $\lambda = \frac{1}{6}$ D. $\lambda = \frac{1}{2}$

7. 已知 $A(1, 1, 1), B(2, 2, 2), C(3, 2, 1), D(2, 1, 0)$, 则四边形 $ABCD$ 的面积为

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

8. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 AB 上的点, 且 $AE = 3EB$, G, F 分别是棱 DD_1, BC 的中点, 则异面直线 GB_1 与 EF 所成角的余弦值为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{15}$



二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(4,-2,-4), \boldsymbol{b}=(6,-3,2)$ 则下列结论不正确的是

- A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(10,-5,-2)$
- B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(2,-1,6)$
- C. $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}=10$
- D. $|\boldsymbol{a}|=6$

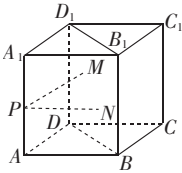
10. 已知平面 α 过点 $P(0,1,1)$, 其法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,1,2)$, 则下列点在平面 α 内的有

- A. $(2,1,0)$
- B. $(-1,0,2)$
- C. $(2,-1,2)$
- D. $(2,3,-1)$

11. 若 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个基底, 则下列向量组也可以作为空间一个基底的是

- A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$
- B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$
- C. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}, \boldsymbol{c}$
- D. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

12. 如图所示, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 是 AA_1 的中点, 点 M, N 是矩形 BB_1D_1D 内(包括边界)的任意两点, 则对于 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 叙述正确的是



- A. 最大值为 $\frac{5}{4}$
- B. 最大值为 2
- C. 最小值为 $-\frac{1}{4}$
- D. 最小值为 $-\frac{1}{2}$

选择题答题栏

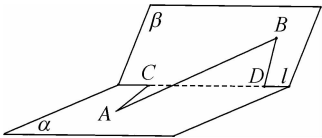
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项												

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

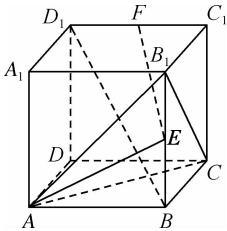
13. 已知点 $A(1,3,-1), B(4,6,5)$, 若点 P 为线段 AB 上靠近 A 的三等分点, 则点 P 的坐标为_____.

14. 已知 $\boldsymbol{a}=(0,1,0), |\boldsymbol{b}|=2, |\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$, 则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 所成的角为_____.

15. 如图, 二面角 $\alpha-l-\beta$ 为 $135^\circ, A \in \alpha, B \in \beta$, 过 A, B 分别作 l 的垂线, 垂足分别为 C, D , 若 $AC=1, BD=\sqrt{2}, CD=2$, 则 AB 的长度为_____.



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 BB_1, C_1D_1 的中点, 则下列结论正确的是_____. (填序号)

- ①异面直线 EF 与 BD_1 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$;
- ② $BD_1 \perp$ 平面 AB_1C ;
- ③直线 AE 与平面 AB_1C 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{15}$;
- ④二面角 B_1-AC-D 的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

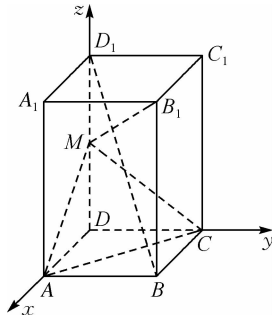
已知向量 $\mathbf{a}=(1,3,-2)$, $\mathbf{b}=(1,0,2)$, $\mathbf{c}=(m,n,-4)$.

- (1)若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{c}$,求 $|\mathbf{b}+\mathbf{c}|$ 的值;
(2)若 $\mathbf{b} \perp \mathbf{c}$, $|\mathbf{c}|=9$,求 $(\mathbf{a}+\mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b}-\mathbf{c})$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

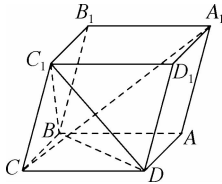
在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=1$, $DD_1=2$, 点 M 是棱 DD_1 的中点, 以点 D 为坐标原点, 以 DA, DC, DD_1 方向为 x 轴, y 轴, z 轴建立如图所示的空间直角坐标系.

- (1)写出点 M, B_1 的坐标, 并求出线段 B_1M 的长度;
(2)用向量法证明: $BD_1 \parallel$ 平面 MAC ;
(3)用向量法判断直线 AM 与直线 B_1M 是否垂直? 并说明理由.



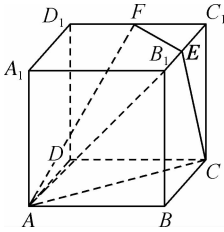
19. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面四边形 $ABCD$ 是菱形, 且 $\angle C_1CB = \angle C_1CD = \angle BCD = 60^\circ$, 当 $\frac{CD}{CC_1}$ 的值为多少时, $A_1C \perp$ 平面 C_1BD ?



20. (本小题满分 12 分)

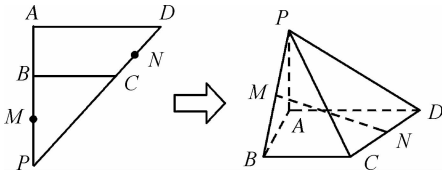
如图,在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E,F 分别为棱 B_1C_1,C_1D_1 的中点,点 H 为平面 BCC_1B_1 内的点.



- (1)若 $D_1H \perp$ 平面 ACE ,试确定点 H 的位置;
- (2)求直线 AB_1 与平面 AEF 所成角的正弦值;
- (3)求点 D_1 到平面 ACE 的距离.

21. (本小题满分 12 分)

如图,在等腰直角三角形 PAD 中, $\angle A=90^\circ, AD=8, AB=3, B, C$ 分别是 PA, PD 上的点,且 $AD \parallel BC$, M, N 分别为 BP, CD 的中点,现将 $\triangle BCP$ 沿 BC 折起,得到四棱锥 $P-ABCD$,连结 MN .



- (1)证明: $MN \parallel$ 平面 PAD ;
- (2)在翻折的过程中,当 $PA=4$ 时,求平面 PBC 与平面 PCD 夹角的余弦值.

22. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \parallel DC, \angle ADC=90^\circ, AB=AD=\frac{1}{2}DC=2, PB=PD=3\sqrt{2}, BC \perp PD$.

- (1)求证:平面 $PBD \perp$ 平面 $ABCD$;
- (2)点 M 为线段 PC 上异于 P, C 的一点,若平面 PBD 与平面 BDM 所成锐二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$,求点 M 的位置.

