2023 年全国高考模拟试卷(样)

数　学

注意事项:

1. 本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|2x^2-5x-3<0\}$,$B=\{x|2^x<\log_2 4\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A. $\left\{x\middle|-3<x<\frac{1}{2}\right\}$　　B. $\{x|1\leqslant x<3\}$

C. $\{x|2<x<3\}$　　D. $\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<3\right\}$

2. 已知复数 $z=\frac{\mathrm{i}^2\cdot|3-4\mathrm{i}|}{1+2\mathrm{i}}$,$\bar{z}$ 是 z 的共轭复数,在复平面内 $\bar{z}$ 所对应的点在

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知角 $\alpha+\frac{\pi}{4}$ 的终边在直线 $y=2x$ 上,则 $\cos 2\alpha=$

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. 已知点 $(a,4)$ 为抛物线 $C:y^2=4ax(a<0)$ 上一点,则 C 的焦点到直线 $l:2x-y-1=0$ 的距离为

A. $\sqrt{5}$　　B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

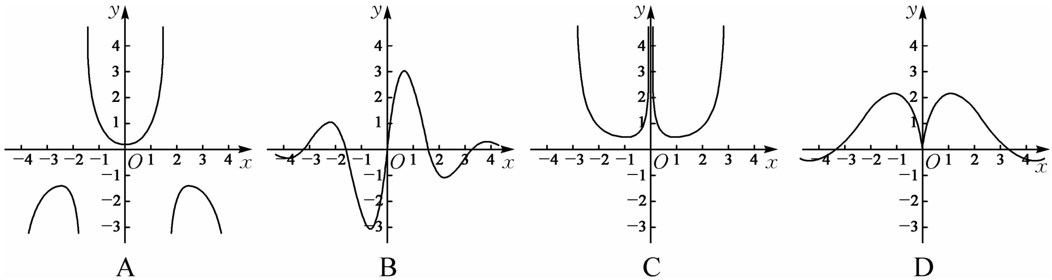
C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

5. "直线 $l:2ax+\sqrt{5}y-4=0$ 与圆 $(x+1)^2+y^2=4$ 相切"是"函数 $y=2^{a-1}\cdot x^{2\,022}$ 是幂函数"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

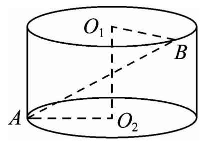
6. 函数 $f(x)=\frac{5\sin|x|}{2^{|x|}}$ 的部分图象大致为



7. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象的两相邻对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{4}$，$f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $f(x)$ 的一个单调递增的区间为

A. $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{24}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{24}\right]$　　C. $\left[-\frac{5\pi}{24},\frac{\pi}{24}\right]$　　D. $\left[-\frac{\pi}{24},\frac{\pi}{4}\right]$

8. 已知圆柱 O_1O_2 的底面半径和母线长均为 2，A、B 分别为圆 O_2、圆 O_1 上的点，若异面直线 O_1B，O_2A 所成的角为 $60°$，则 $AB=$



A. $2\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{2}$ 或 4　　D. 4 或 $4\sqrt{2}$

9. 已知实数 a,b,c 满足 $a<b<c$，$a+b+c=0$，则下列各式正确的是

A. $ab<ac$　　B. $ab^2<cb^2$

C. $a+c>b$　　D. $\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\leqslant-2$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=(-1)^n n^2$，则 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2n+1}=$

A. $-(n+1)(2n+1)$　　B. $(n+1)(2n+1)$

C. $-n(n+1)$　　D. $n(n+1)$

11. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，若 $a=f(\mathrm{e}^{0.6})$，$b=f(\ln 2)$，$c=f(\log_{0.5}\mathrm{e})$，则 a,b,c 的大小关系是(参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\mathrm{e}\approx2.718\ 28$)

A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$

C. $c<b<a$　　D. $b<a<c$

12. 已知 F_1,F_2 分别为椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，C 的离心率为圆 $4x^2+4y^2-8x+1=0$ 的半径，A 为 C 上一点，满足 $\angle F_1AF_2=60°$，$\triangle F_1AF_2$ 的面积为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$，则以 C 的顶点为顶点的四边形的面积为

A. 16　　B. 18　　C. 32　　D. 48

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 函数 $f(x)=x\ln x$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为________________.

14. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，E 是 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{ED}=$________.

15. 已知$(x+2)\left(x-\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^8$（$a<0$）的展开式各项系数和为 768，则其展开式中 x^2 项的系数为________.

16. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱长均为 1，则以点 A 为球心、1 为半径的球与正三棱柱各个面的交线的长度之和为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知单调递增的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_4=20$，a_2，a_4，a_8 成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $b_n=2a_{n+1}-3^{n+2}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）

为了解社区居民的业余活动，某社区对 100 名居民业余活动是参加文艺活动还是参加体育活动进行问卷调查，数据如下表所示：

	文艺活动	体育活动
男性	10	40
女性	30	20

(1)是否有 99.9%的把握认为参加文艺活动还是体育活动与性别有关？

(2)用频率估计概率，从社区全体居民中随机抽取 3 人，记 X 是所抽 3 人中参加文艺活动的人数，求随机变量 X 的分布列与期望 $E(X)$.

附：

$P(K^2\geqslant k)$	0.025	0.010	0.005	0.001
k	5.024	6.635	7.879	10.828

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

19.（本小题满分 12 分）

在$\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c（$a<b$），且 $a\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)+b\sin\left(\frac{\pi}{2}+A\right)=2c\cos C$.

(1)若 $\sin A=\frac{3}{5}$，求 $\cos B$ 的值；

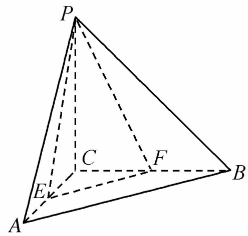
(2)若$\triangle ABC$ 的面积为$\sqrt{3}$，求边长 c 的最小值.

20.(本小题满分 12 分)

如图,三棱锥 $P-ABC$ 中,AC,BC,PC 两两垂直,$AC=BC$,E,F 分别是棱 AC,BC 的中点,$\triangle ABC$ 的面积为 8,四棱锥 $P-ABFE$ 的体积为 4.

(1)若平面 $PEF\cap$平面 $PAB=l$,证明:$EF/\!/l$;

(2)求二面角 $B-PF-E$ 的余弦值.



21.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 $C:y^2-\dfrac{x^2}{b^2}=1(b>0)$,点 A 为 C 的下顶点,F 为 C 的上焦点,点 B 为 C 上一点.

(1)若直线 BF 的倾斜角为$\dfrac{\pi}{4}$,与 C 的另一个交点为 D 且 $|BD|=8$,求 b;

(2)若$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BF}=0$,且$|\overrightarrow{AF}|=|\overrightarrow{BF}|$,$P$ 为 C 上在第一象限的动点,证明:$\angle PFA=2\angle PAF$.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x-2x-\dfrac{1}{x}+a$($a$ 为常数).

(1)若 $f(x)$的极大值是 3,求 a 的值;

(2)当 $a=\ln 2$ 时,对任意 $x>0$,$f(x)<\dfrac{k}{e^x}-x-\dfrac{1}{x}(k\in\mathbf{Z})$恒成立,求整数 k 的最小值.