

2023 年全国高考模拟试卷(样)

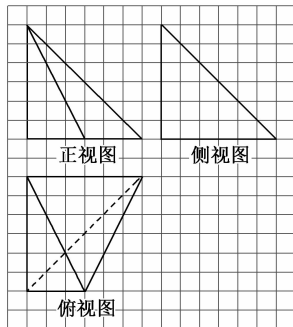
文科数学

注意事项:

1. 本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{-1, 0, 2, 3\}$, $B = \left\{x \mid \left(\frac{1}{4}\right)^x < 2\right\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{2, 3\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{0, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 2, 3\}$
2. 复数 $z = \frac{3-4i}{2+i}$ (i 为虚数单位)在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. “ $a=2$ ”是“直线 $l_1: 2ax+4y+3=0$ 与直线 $l_2: x-(a-1)^2y-5=0$ 垂直”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 不等式组 $\begin{cases} x+4y \geq 0, \\ 4x-y+12 \geq 0, \\ x+y-2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z=3x-4y$ 的最小值为
A. 10 B. 0 C. -10 D. -22
5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为其前 n 项和,若 $a_2+a_6=8$, $S_3=24$, 则 $a_{2n} =$
A. $4n-12$ B. $2n+8$
C. $12-4n$ D. $12-2n$
6. 某几何体的三视图如图所示(图中小正方形的边长为 1), 则该几何体的体积为
A. 6
B. 9
C. 18
D. 36



7. 已知 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$, $b = \left(-\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$, $c = \log_{\frac{1}{\pi}} \frac{1}{e}$, 则 a, b, c 的大小关系为

A. $c < b < a$

B. $b < a < c$

C. $a < c < b$

D. $b < c < a$

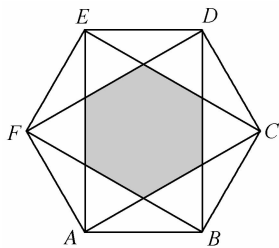
8. 如图, 若在正六边形 $ABCDEF$ 内任取一点, 则该点恰好取自图中阴影部分的概率是

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$



9. 已知角 $\alpha + \frac{9}{4}\pi$ 的终边经过点 $(-2, 4)$, 则 $3\sin^2 \alpha - \sin(\pi + \alpha)\cos \alpha =$

A. -4

B. -2

C. 3

D. 9

10. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 和奇函数 $g(x)$ 满足: $f(x) + g(x) = 3x^3 - \frac{4x}{x^2 + 9} + 5x^2 + 1$, 则 $f(x)$

在 $[-1, 4]$ 上的最大值为

A. 1

B. 24

C. 40

D. 81

11. 设函数 $f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\sin(\pi - x) + \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$, 则

A. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$

B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{12}$ 对称

C. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, 0\right]$ 上的最小值为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减

12. 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 其离心率为圆 $4x^2 + 4y^2 - 8x$

$+ 1 = 0$ 的半径, A 为 C 上一点, $\angle F_1 A F_2 = 60^\circ$, $\triangle F_1 A F_2$ 的面积为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$, 则以 C 的四个顶点

为顶点的四边形的面积为

A. 16

B. 18

C. 32

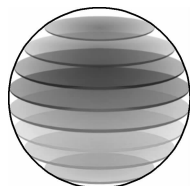
D. 48

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 函数 $f(x) = x \ln x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为_____.

14. 一个球被 8 个距离相等的平面截成高度相等的 9 部分, 如图, 若最大的截面圆的面积为 80π . 则该球的表面积为_____.

15. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 右顶点为 A , B 是虚轴的一个端点, 若点 F 到直线 AB 的距离为 $\frac{b}{3}$, 则双曲线的离心率为_____.



16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $2S_{n+1} + 9 = 3^{n+3}$, 若 $a_3, \frac{75}{2}a_m, 2S_m a_m$ 成等差数列, 则

$m =$ _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

某社区对居民参加体育活动进行随机调查,参与调查的 60 岁以下和 60 岁以上的(含 60 岁)人数如下表:

	60 岁以下	60 岁以上(含 60 岁)
男性居民	30	40
女性居民	50	20

- (1)判断能否有 99.9%的把握认为参加体育活动与性别有关;
(2)用分层抽样方法,在 60 岁以上(含 60 岁)的居民中抽取 6 人,再从这 6 人中随机抽取 2 人,求所抽取的 2 人中男性和女性各 1 人的概率。

附:

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n=a+b+c+d.$$

18. (本小题满分 12 分)

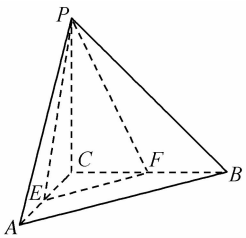
在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 $a, b, c(a < b)$,且 $a \sin\left(\frac{\pi}{2} - B\right) + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + A\right) = 2c \cos C$.

- (1)若 $\sin A = \frac{3}{5}$,求 $\cos B$ 的值;
(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$,求边长 c 的最小值。

19. (本小题满分 12 分)

如图,三棱锥 $P-ABC$ 中, AC, BC, PC 两两垂直, $AC=BC, E, F$ 分别是 AC, BC 的中点, $\triangle ABC$ 的面积为 8,四棱锥 $P-ABFE$ 的体积为 4.

- (1)若平面 $PEF \cap$ 平面 $PAB = l$,求证: $EF \parallel l$;
(2)求三棱锥 $P-ABC$ 的表面积。



20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 过 F 的直线与抛物线 C 交于 A, B 两点, 当 A, B 两点的纵坐标相同时, $|AB| = 4$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 若 P, Q 为抛物线 C 上两个动点, $|PQ| = m (m > 0)$, E 为 PQ 的中点, 求点 E 纵坐标的最小值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x \cos x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $F(x) = -f'(x) - ax$ 在 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上有两个极值点, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知平面直角坐标系 xOy , 曲线 C 的方程为 $\begin{cases} x = \cos \varphi, \\ y = -3 + \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数), 以 O 为极点, x 轴

的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\rho \sin \theta = 7 + \rho$.

(1) 求曲线 C 的普通方程;

(2) 若 Q 为曲线 C 上的动点, M 为 OQ 的中点, 求点 M 到直线 l 的距离的最小值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知 $f(x) = 2|x-1| + |x+4|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq 2 + 3x$;

(2) 若 $\forall x \in \mathbf{R}$, 关于 x 的不等式 $f(x) - 3|x+4| \leq 2m^2 - m$ 成立, 求实数 m 的取值范围.