2023届全国高考分科综合卷(样)

理 科 数 学

注意事项:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分,考试时间120分钟。
2. 答题前,考生务必将密封线内的项目填写清楚。
3. 请将选择题答案填在非选择题前面的答题表中;非选择题用黑色墨水签字笔答题。

<table>
<tr><td rowspan="2">题号</td><td rowspan="2">一</td><td rowspan="2">二</td><td colspan="6">三</td><td rowspan="2">总分</td><td rowspan="2">合分人</td><td rowspan="2">复分人</td></tr>
<tr><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22/23</td></tr>
<tr><td>得分</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

得分	评卷人

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x|x^2<16\}$,$B=\{x|x>3\}$,则 $A\cap(\complement_U B)=$

A. $(-4,3)$　　B. $[3,4)$　　C. $(-4,3]$　　D. $(3,4)$

2. 已知复数 z 满足 $z(1-\mathrm{i})=2+3\mathrm{i}$,i为虚数单位,则 $|z|=$

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$　　B. $\sqrt{26}$　　C. $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$　　D. $\sqrt{13}$

3. 已知角 α 终边经过点 $P(-3,2)$,则 $\cos\left(\alpha+\dfrac{3\pi}{2}\right)=$

A. $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$　　B. $-\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

4. 已知空间中的两条直线 m,n 及平面 α,则“$m\perp\alpha,n\perp\alpha$”是“$m/\!/n$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 某同学做立定投篮训练,共3场,每场投篮次数和命中的次数如表中记录板所示.

	第一场	第二场	第三场
投篮次数	25	20	30
投中次数	16	13	18

根据图中的数据信息,该同学3场投篮的命中率约为

A. 0.616　　B. 0.627　　C. 0.635　　D. 0.648

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,若 $S_{11}=66$,$a_4=4$,则 $a_{2\,021}=$

A. 4 044　　B. 2 022　　C. 4 042　　D. 2 021

7. 以抛物线 $y^2=16x$ 的焦点为圆心,抛物线上的点到焦点的最短距离为半径的圆的方程是

A. $x^2-4x+y^2=0$　　B. $y^2-4y+x^2=0$

C. $x^2-8x+y^2=0$　　D. $y^2-8y+x^2=0$

8. 设 $m>1$,在约束条件 $\begin{cases} y\geqslant x, \\ y\leqslant mx, \\ x+y\leqslant 1 \end{cases}$ 下,目标函数 $z=x+my$ 的最大值小于 2,则 m 的取值范围为

A. $(1,1+\sqrt{2})$　　B. $(1+\sqrt{2},+\infty)$　　C. $(1,3)$　　D. $(3,+\infty)$

9. 将函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $m(m>0)$ 个单位长度,再将图象上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变),得到函数 $g(x)$ 的图象,若对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 均有 $g(x)\geqslant g\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 成立,则 m 的最小值为

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,$S_n=1-\frac{1}{2}a_n$,设 $T_n=a_1a_2\cdots a_n$,$b_n=\frac{1}{\sqrt[n]{T_n}}$,则 $3a_n+\sqrt{3}b_n$ 的最小值为

A. $2\sqrt{3}$　　B. $\frac{9}{2}$　　C. $2+\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{31}{6}$

11. 过点 $P(1,2)$ 作曲线 C:$y=\frac{4}{x}$ 的两条切线,切点分别为 A,B,则直线 AB 的方程为

A. $2x+y-8=0$　　B. $x+2y-8=0$

C. $2x+y-4=0$　　D. $x+2y-4=0$

12. 正实数 a,b,c 满足 $a+\sin a=2$,$b+3^b=3$,$c+\log_4 c=4$,则 a,b,c 之间的大小关系为

A. $a<c<b$　　B. $a<b<c$　　C. $b<a<c$　　D. $b<c<a$

(请将选择题各题答案填在下表中)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

得分	评卷人

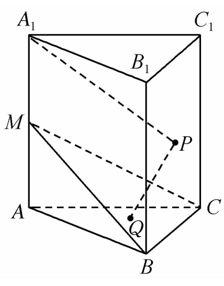
二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知 P 是双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{81}=1$ 上任意一点,F_1,F_2 分别是它的左、右焦点,且 $|PF_1|=9$,则 $|PF_2|=$________.

14. 某校足球小组有男生 8 名,女生 3 名,现从中随机选出 4 名参加一个市级足球比赛,则选出的人员中至少有一名女生的选法有________种.

15. 已知 $\boldsymbol{a}=(-2,3)$,$\boldsymbol{b}=(2,m)$,当 $|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}|$ 取得最小值时,实数 $m=$________,此时 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 夹角的正切值为________.

16. 如图,在棱长均为 2 的正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,点 M 是侧棱 AA_1 的中点,点 P,Q 分别是侧面 BCC_1B_1 和底面 ABC 内的动点,且 $A_1P\,/\!/$ 平面 BCM,$PQ\perp$ 平面 BCM,则点 Q 的轨迹的长度为________.



得分	评卷人

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17.(本小题满分 12 分)

在$\triangle ABC$中,$AC=2\sqrt{2}$,$\tan C=\frac{\sqrt{7}}{7}$,$D$为$BC$边上一点,且$CD=\sqrt{7}-2$.

(1)求AD;

(2)若$AB=\sqrt{2}$,求角B的大小.

18.(本小题满分 12 分)

由于生活方式的改变,颈椎病不再是老年人的专属,越来越多的年轻人患上了颈椎病.现在的通讯设备发达,常常可以看到一群人在走路时、在吃饭时、在乘车时低着头玩手机,长期下来,就很容易使颈椎损伤,患上颈椎病.手机和颈椎病可以说是形影不离.

某研究型学习小组调查研究“长期使用智能手机对颈椎病的影响”,对 100 名手机党调查得到部分统计数据如下表,规定:日使用手机时间超过 4 小时为频繁使用手机,已知频繁使用手机的人数比非频繁使用手机的人数少 24 人.

	非频繁使用手机	频繁使用手机	合计
颈椎病人数	8	a	
非颈椎病人数	b	16	
合计			100

(1)求表中a,b的值,并补全表中所缺数据;

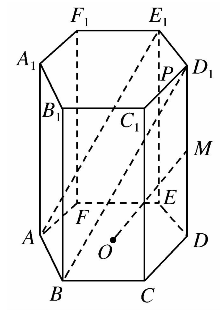
(2)运用独立性检验思想,判断是否有 99.9%的把握认为频繁使用手机对颈椎病有影响?

附:$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

19.(本小题满分 12 分)

如图,在正六棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中,$AB=2$,$AA_1=4$,M 为侧棱 DD_1 的中点,P 为棱 C_1D_1 上一点,O 为下底面 $ABCDEF$ 的中心.



(1)求证:MO∥平面 ABD_1E_1;

(2)求直线 AP 与平面 A_1CDF_1 所成角正弦值的取值范围.

20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为 $F(1,0)$,点 $P\left(1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$在 C 上,c 为椭圆 C 的半焦距.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)若经过 F 的直线 l 与 C 交于 A,B(异于 P)两点,与直线 $x=\frac{a^2}{c}$交于点 M,设 PA,PB,PM 的斜率分别为 k_1,k_2,k_3,求证:$k_1+k_2=2k_3$.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$.

(1)若 $f(x)\geqslant\frac{m}{x+1}$对$\forall x\geqslant 1$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

(2)求证：$\sum_{k=1}^{n}[\ln k+\ln(k+1)]>\frac{n^2-n}{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.(本小题满分 10 分)**选修 4－4:坐标系与参数方程**

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=t, \\ y=1+t \end{cases}$($t$ 为参数). 以 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\sin\theta+3=0$.

(1)求直线 l 的普通方程和圆 C 的直角坐标方程;

(2)设直线 l 与圆 C 交于 A,B 两点,P 为圆 C 上不同于 A、B 的动点,若满足△PAB 面积为 S 的点 P 恰有两个,求 S 的取值范围.

23.(本小题满分 10 分)**选修 4－5:不等式选讲**

已知函数 $f(x)=m-|x|-|x-1|$,$m\in\mathbf{R}$,且 $f(x)$的最大值为 1.

(1)求实数 m 的值;

(2)若 $a>0$,$b>0$,$a+b=m$,求证:$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{ab}\geqslant 4$.

你所选择的题号是 $\boxed{}$ **答案:**