

2023 届全国高考分科综合卷(样)

文科数学

注意事项：

- 1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
- 2. 答题前，考生务必将密封线内的项目填写清楚。
- 3. 请将选择题答案填在非选择题前面的答题表中；非选择题用黑色墨水签字笔答题。

题号	一	二	三						总分	合分人	复分人
			17	18	19	20	21	22/23			
得分											

得分	评卷人

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 1. 设集合 $M=\{-1,0,1\}$, $N=\{-2,-1,0,2\}$, $T=\{2,3\}$, 则 $(M\cup T)\cap N=$
A. $\{-1,0\}$ B. $\{-1,0,2\}$ C. $\{0,2\}$ D. $\{-1,2\}$
- 2. $(1+\sqrt{3}i)^3=$
A. $10+6\sqrt{3}i$ B. $8+6\sqrt{3}i$
C. -8 D. 4
- 3. 观察下列数的特点 $1,2,-1,3,-4,7,x,18,-29,\cdots$, 其中 x 为
A. 12 B. -12 C. 11 D. -11
- 4. 已知空间中的两条直线 m,n 及平面 α , 则“ $m\perp\alpha,n\perp\alpha$ ”是“ $m\parallel n$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 5. 某同学做立定投篮训练, 共 3 场, 每场投篮次数和命中的次数如表中记录板所示.

	第一场	第二场	第三场
投篮次数	25	20	30
投中次数	16	13	18

- 根据图中的数据信息, 该同学 3 场投篮的命中率约为
- A. 0.616 B. 0.627 C. 0.635 D. 0.648
6. 已知 P 为抛物线 $C:y^2=16x$ 上的一点, P 到 C 的焦点距离与到 y 轴距离之和为 16, 则 P 点的横坐标为
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
7. 已知向量 a,b 满足 $|a|=2, |b|=3, a\cdot b=-3$, 则 $|a+3b|=$
- A. $\sqrt{65}$ B. $\sqrt{66}$ C. $\sqrt{67}$ D. $2\sqrt{17}$

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $8a_3=a_6, a_7=32$, 则 $a_2=$
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 1 或 -1

9. 设 $m>1$, 在约束条件 $\begin{cases} y\geq x, \\ y\leq mx, \\ x+y\leq 1 \end{cases}$ 下, 目标函数 $z=x+my$ 的最大值小于 2, 则 m 的取值范围为

- A. $(1+\sqrt{2}, +\infty)$ B. $(1, 1+\sqrt{2})$ C. $(1, 3)$ D. $(3, +\infty)$

10. 将函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $m(m>0)$ 个单位长度, 再将图象上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 均有 $g(x)\geq g\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 成立, 则 m 的最小值为
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

11. 已知 $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{-0.2}, b=\log_2 0.4, 2^c+c=0$, 则
- A. $b<c<a$ B. $c<b<a$ C. $c<a<b$ D. $a<c<b$

12. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2, P, Q 是该双曲线右支上不同的两点, 且满足 $PF_1\parallel QF_2, |PF_1|-|QF_2|=b$, 则此双曲线离心率的取值范围是
- A. $(1, \sqrt{2})$ B. $(\sqrt{2}, +\infty)$ C. $(\sqrt{3}, +\infty)$ D. $(\sqrt{5}, +\infty)$

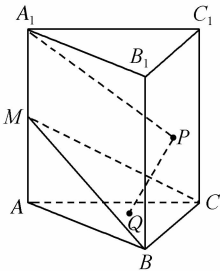
(请将选择题每题答案填在下表中)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

得分	评卷人

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 $\cos(2\theta+\pi)=\frac{1}{4}$, 则 $\cos\theta=$ _____.
14. 曲线 $f(x)=3x^3+\frac{2}{x}$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为_____.
15. 当 $x>-1$ 时, 函数 $f(x)=\frac{2x+2}{x^2+2x+5}$ 的最大值为_____.
16. 如图, 在棱长均为 2 的正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 点 M 是侧棱 AA_1 的中点, 点 P, Q 分别是侧面 BCC_1B_1 和底面 ABC 内的动点, 且 $A_1P\parallel$ 平面 $BCM, PQ\perp$ 平面 BCM , 则点 Q 的轨迹的长度为_____.



得分	评卷人

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17.(本小题满分 12 分)

在△ABC 中, $AC=2\sqrt{2}$, $\tan C=\frac{\sqrt{7}}{7}$,D 为 BC 边上一点,且 $CD=\sqrt{7}-2$.

- (1)求 AD;
- (2)若 $AB=\sqrt{2}$,求角 B 的大小.

18.(本小题满分 12 分)

由于生活方式的改变,颈椎病不再是老年人的专属,越来越多的年轻人患上了颈椎病. 现在的通讯设备发达,常常可以看到一群人在走路时、在吃饭时、在乘车时低着头玩手机,长期下来,就很容易使颈椎损伤,患上颈椎病. 手机和颈椎病可以说是形影不离. 某研究型学习小组调查研究“长期使用智能手机对颈椎病的影响”,对 100 名手机党调查得到部分统计数据如下表,规定:日使用手机时间超过 4 小时为频繁使用手机,已知频繁使用手机的人数比非频繁使用手机的人数少 24 人.

	非频繁使用手机	频繁使用手机	合计
颈椎病人数	8	a	
非颈椎病人数	b	16	
合计			100

- (1)求表中 a,b 的值,并补全表中所缺数据;
- (2)运用独立性检验思想,判断是否有 99.9%的把握认为频繁使用手机对颈椎病有影响?

附: $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

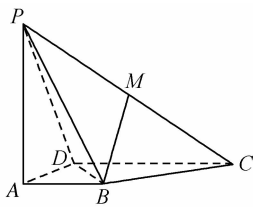
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \perp AD$, $CD \perp AD$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA=AD=CD=2AB=2$, M 为 PC 的中点.

(1)求证: $BM \parallel$ 平面 PAD ;

(2)平面 PAD 内是否存在一点 N ,使 $MN \perp$ 平面 PBD ? 若存在,确定点 N 的位置;若不存在,请说明理由.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(1, 0)$, 点 $P(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 在 C 上, c 为椭圆 C 的半焦距.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)若经过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B (异于 P) 两点, 与直线 $x = \frac{a^2}{c}$ 交于点 M , 设 PA, PB, PM 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 求证: $k_1 + k_2 = 2k_3$.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - 4x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a=1$ 时, 求证: $f(x) + x^2 + 1 > 0$.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=t, \\ y=1+t \end{cases}$ (t 为参数). 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 4\rho\sin\theta + 3 = 0$.

(1)求直线 l 的普通方程和圆 C 的直角坐标方程;

(2)设直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, P 为圆 C 上不同于 A, B 的动点,若满足 $\triangle PAB$ 面积为 S 的点 P 恰有两个,求 S 的取值范围.

23. (本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x) = m - |x| - |x-1|$, $m \in \mathbf{R}$, 且 $f(x)$ 的最大值为 1.

(1)求实数 m 的值;

(2)若 $a > 0, b > 0, a + b = m$, 求证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{ab} \geq 4$.

你所选择的题号是 答案: