

2023 高考题型专练 · 重点题型卷

数学(二) “保 4 争 2”

“保 4 题”试题部分

17. (10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $2a \cos B = 2c + b$.

(1) 求 A ;

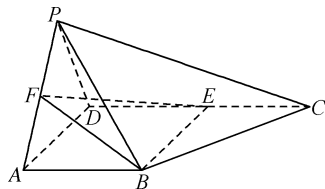
(2) 若 $a=4, b+c=3\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $AD = AB = \frac{1}{2}CD = 2$, $\triangle PAD$ 为等边三角形, 点 E, F 分别为 CD, AP 的中点.

(1) 证明: $PC \parallel$ 平面 BEF ;

(2) 若 $PB = 2\sqrt{2}$, 求二面角 $P-BF-E$ 的余弦值.



19. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \cdots + \frac{a_n}{2^n} = n^2 (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = \frac{a_n}{4^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. (12 分)

新高考的数学试卷第 1 至第 8 题为单选题, 第 9 至第 12 题为多选题. 多选题 A, B, C, D 四个选项中至少有两个选项符合题意, 其评分标准如下: 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 选错或不选得 0 分. 在某次考试中, 第 11、12 两题的难度较大, 第 11 题正确选项为 AD , 第 12 题正确选项为 ABD . 甲同学由于考前准备不足, 答题时只能对这两道题的选项进行随机选取, 每个选项是否被选到是等可能的.

(1) 若甲同学每题均随机选取一项, 求甲同学第 11、12 两题得分合计为 4 分的概率;

(2) 若甲同学计划第 11 题随机选取两项, 第 12 题随机选取三项, 记甲同学的两题得分之和为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

“争 2 题”试题部分

21. (12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 , $P(\sqrt{3}, \sqrt{6})$ 为 C 上一点, $|PF_1| - |PF_2| = 2$, 过点 F_2 的直线 l 交双曲线于 A, B 两点.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 在 x 轴上是否存在点 $M(m, 0)$, 使得 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ 恒成立? 若存在, 求出 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 , 证明: $x_1 x_2 > a^2 e^2$.