

# 2023 高考题型专练·走进大题卷

## 理科数学(七) 解析几何(1)

1. (12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{1}{2}$ , 左、右顶点分别为  $A_1, A_2$ .

(1) 若椭圆的长轴长为 4, 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 点  $P$  是椭圆  $C$  上异于左右顶点的任意一点, 证明: 点  $P$  与  $A_1, A_2$  连线的斜率的乘积为定值, 并求出该定值.

2. (12 分)

设抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 点  $P(2, m) (m > 0)$  在抛物线  $C$  上, 且满足  $|PF| = 4$ .

(1) 求抛物线  $C$  的方程;

(2) 过点  $M(4, 0)$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点, 分别以  $A, B$  为切点的抛物线  $C$  的两条切线交于点  $N$ , 求  $\triangle PMN$  周长的最小值.

3. (12 分)

设点  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{2} = 1 (a > 0)$  的左、右焦点,  $|F_1 F_2| = 2$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 过右焦点  $F_2$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 线段  $AB$  的垂直平分线交直线  $l$  于点  $P$ ,

交直线  $x = -\frac{3}{2}$  于点  $Q$ , 求  $\frac{|PQ|}{|AB|}$  的最小值.

4. (12 分)

已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线方程为  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ , 点  $(2\sqrt{3}, 1)$  在双曲线上,

抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F$  与双曲线的右焦点重合.

(1) 求双曲线和抛物线的标准方程;

(2) 过点  $F$  作互相垂直的直线  $l_1, l_2$ , 设  $l_1$  与抛物线的交点为  $A, B$ ,  $l_2$  与抛物线的交点为  $D, E$ , 求  $|AB| + |DE|$  的最小值.