

2023 高考题型专练·走进大题卷

文科数学(七) 解析几何(1)

1. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 左、右顶点分别为 A_1, A_2 .

(1) 若椭圆的长轴长为 4, 求椭圆 C 的方程;

(2) 点 P 是椭圆 C 上异于左右顶点的任意一点, 证明: 点 P 与 A_1, A_2 连线的斜率的乘积为定值, 并求出该定值.

2. (12 分)

设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $P(2, m) (m > 0)$ 在抛物线 C 上, 且满足 $|PF| = 4$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 过点 $M(4, 0)$ 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 分别以 A, B 为切点的抛物线 C 的两条切线交于点 N , 求 $\triangle PMN$ 周长的最小值.

3. (12 分)

设点 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{2} = 1 (a > 0)$ 的左、右焦点, $|F_1F_2| = 2$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过右焦点 F_2 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 线段 AB 的垂直平分线交直线 l 于点 P ,

交直线 $x = -\frac{3}{2}$ 于点 Q , 求 $\frac{|PQ|}{|AB|}$ 的最小值.

4. (12 分)

已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 点 $(2\sqrt{3}, 1)$ 在双曲线上,

抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 与双曲线的右焦点重合.

(1) 求双曲线和抛物线的标准方程;

(2) 过点 F 作互相垂直的直线 l_1, l_2 , 设 l_1 与抛物线的交点为 A, B , l_2 与抛物线的交点为 D, E , 求 $|AB| + |DE|$ 的最小值.