

2023 高考题型专练 · 重点题型卷

理科数学(二) “保3争2+1”

“保3题”试题部分

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $2a \cos B = 2c + b$.

(1)求 A ;

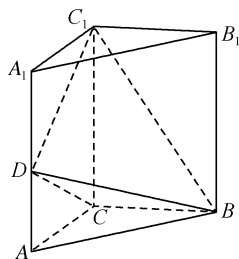
(2)若 $a=4, b+c=3\sqrt{2}$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

如图,直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=2AC=2BC=2, AC \perp BC$,
 D 是棱 AA_1 上一点.

(1)若 D 是 AA_1 中点,求证: $DC_1 \perp$ 平面 BCD ;

(2)若二面角 $D-BC_1-C$ 的余弦值为 $\frac{3\sqrt{29}}{29}$,求线段 AD 的长.



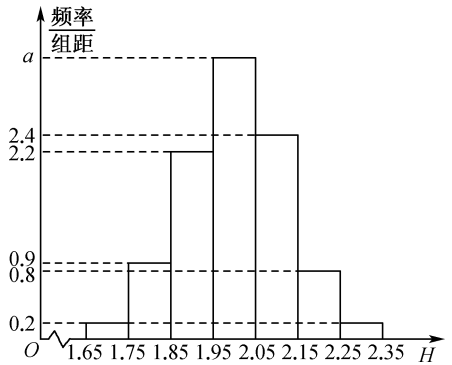
19. (12 分)

为了支持 2022 年北京冬季奥运会的筹办,北京市延庆区张山营镇的冬奥森林公园启动了冬奥赛区的树木移植工作. 本次移植的树木来自 2022 北京冬奥赛区树木假植区,包含暴马丁香、核桃楸、大叶白蜡等多个品种. 现从冬奥赛区树木假植区中抽取 300 棵暴马丁香,并对树木高度 H (单位:m)进行测量,将测量结果绘制为如图所示的频率分布直方图.

(1)求图中 a 的值;

(2)估计抽取的 300 棵暴马丁香树木高度的平均值(同一组中的数据可用该区间的中点值为代表);

(3)北京冬奥赛区树木假植区内的暴马丁香的高度 H (m)服从正态分布 $N(\mu, 0.122^2)$,其中 μ 近似为样本平均数 $\bar{x}$. 记 X 为假植区内 10000 棵暴马丁香中高度位于区间 $(1.756, 2.122)$ 的数量,求 $E(X)$.



附: 若 $H \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < H < \mu + \sigma) = 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma < H < \mu + 2\sigma) = 0.9545$.

“争 2 题”试题部分

20. (12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 过 F 的直线 l 交 C 于 A, B 两点, 且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -12$ (O 为坐标原点).

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 若点 P 在抛物线 C 上, 记直线 PA 的斜率为 k_1 , 直线 PB 的斜率为 k_2 , 试判断是否存在点 P , 使得 $k_1 + k_2 = 4$? 若存在, 求出点 P 的个数; 若不存在, 请说明理由.

21. (12 分)

已知 $f(x) = 2(x-2)e^x + ax(x+4) + 4 (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a=0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

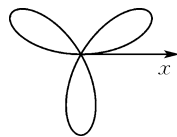
(2) 若不等式 $f(x) \geq 0$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

数学中有许多寓意美好的曲线,在极坐标系中,曲线 $C: \rho = \sin 3\theta (\rho \in \mathbf{R})$ 被称为“三叶玫瑰线”(如图所示).

(1)当 $\theta \in [0, \pi)$, 求以极点为圆心, $\frac{1}{2}$ 为半径的圆 M 与三叶玫瑰线交点的极坐标;



(2)设点 P 是由(1)中的圆 M 上的动点, 直线 $l: \rho \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 1$, 求点 P 到直线 l 的距离的最大值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |2x-1| - |x-a| (a \in \mathbf{R})$.

(1)若 $a=2$, 解不等式 $f(x) \leq 4$;

(2)若 $f(x) > -2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

选考题题号()