

2022~2023 学年高三第五次联考试卷(样)

文科数学

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围:集合、常用逻辑用语、函数、导数及其应用、三角函数、三角恒等变换、解三角形、平面向量、数列、不等式、立体几何、直线与圆(约 50%);圆锥曲线与方程、概率、统计、算法、复数(约 50%)。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{x | -1 \leq x \leq 5, x \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$
A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{3, 4, 5\}$
2. 若复数 z 满足 $z \cdot (2 + 5i) = 2i + 3$ (i 为虚数单位), 则 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知 $\frac{1}{4} < a < \frac{2}{3}$, 则关于 x 的方程 $x^2 - (a+1)x + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2} = 0$ 有解的概率为
A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
4. 电影《长津湖》于 2021 年 9 月 30 日在中国上映. 某新闻机构想了解全国人民对《长津湖》的评价, 决定从 A, B, C 这 3 个城市中按人口数用分层抽样的方法抽取一个容量为 2 400 的样本. 若 A, B, C 这 3 个城市的人口数之比为 3 : 5 : 4, 则在 C 这座城市应抽取的人数是
A. 400 人 B. 600 人 C. 800 人 D. 1 000 人
5. 从装有大小材质完全相同的 4 个红球和 2 个黑球的不透明口袋中, 随机摸出两个小球, 则这两个小球颜色相同的概率是
A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{5}$
6. 新能源汽车是指采用非常规的车用燃料作为动力来源(或使用常规的车用燃料、采用新型车载动力装置), 综合车辆的动力控制和驱动方面的先进技术, 形成的技术原理先进、具有新技术、新结构的汽车. 新能源汽车包括混合动力电动汽车(HEV)、纯电动汽车(BEV, 包括太阳能汽车)、燃料电池电动汽车(FCEV)、其他新能源(如超级电容器、飞轮等高效储能器)汽车等. 非常规的车用燃料指除汽油、柴油之外的燃料. 下表是 2021 年我国某地区新能源汽车的前 5 个月销售量与月份的统计表:

月份代码 x	1	2	3	4	5
销售量 y (万辆)	0.5	0.6	1	1.4	1.5

由上表可知其线性回归方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + 0.16$, 则 $\hat{b}$ 的值是

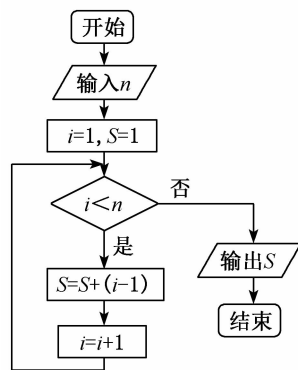
- A. 0.28 B. 0.32 C. 0.56 D. 0.64

7. 已知一组数据 x_1, x_2, x_3 的平均数是 5, 方差是 4, 则由 $2x_1+1, 2x_2+1, 2x_3+1$ 和 11 这四个数据组成的新数据组的方差是

- A. 16
B. 14
C. 12
D. 11

8. 执行如图所示的程序框图, 若输出的 S 是 56, 则输入的 $n(n \in \mathbf{N}^*)$ 是

- A. 10
B. 11
C. 12
D. 13



9. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x (\sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x) (\omega > 0)$, 若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y=1$ 在 $(0, \pi)$ 上有 3 个不同的交点, 则 ω 的取值范围是

- A. $\left(\frac{7}{6}, \frac{3}{2}\right]$
B. $\left(\frac{7}{6}, \frac{4}{3}\right]$
C. $\left(\frac{6}{5}, \frac{3}{2}\right]$
D. $\left(\frac{6}{5}, \frac{4}{3}\right]$

10. 在正三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB=2\sqrt{3}$, 正三棱锥 $P-ABC$ 的体积是 $4\sqrt{3}$, 则正三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积是

- A. 5π
B. 15π
C. 25π
D. 35π

11. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=1, AD=2, AB \perp AD$, 点 P 为平行四边形 $ABCD$ 所在平面内一点, 则 $(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC}) \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值是

- A. $-\frac{5}{8}$
B. $-\frac{1}{2}$
C. $-\frac{3}{8}$
D. $-\frac{1}{4}$

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 直线 $y=kx$ 与 C 交于 A, B 两点 (其中点 A 位于第一象限), $AB=2OF$, O 为坐标原点, 且 $\triangle FAB$ 的面积为 $4a^2$, 则 C 的离心率是

- A. $\sqrt{3}$
B. 2
C. $\sqrt{5}$
D. 3

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-1 \geq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \\ x+2y-6 \leq 0, \end{cases}$ 则 $x+3y$ 的最大值为_____.

14. 若 $\tan(\pi - \alpha) = \frac{1}{2 \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}}$, 则 $\sin 2\alpha + \cos^2 \alpha =$ _____.

15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 过 A_1 的直线 l 交 C 于另外一点 P , 若直线 l 的斜率为 2, 则直线 PA_2 的斜率是_____.

16. 已知抛物线 $C: x^2 = 4y$ 的焦点是 F , 过 F 的直线 l 交 C 于不同的 A, B 两点, 则 $(|AF|+1) \cdot |BF|$ 的最小值是_____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 且 $c(1 + \cos B) = \sqrt{3}b \sin C$.

- (1) 求角 B 的大小;
- (2) 若 $b = 2, a + c = 4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

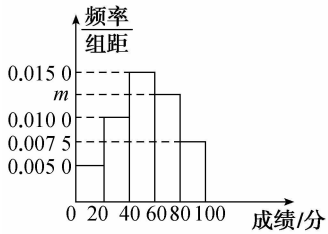
已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{n+1} - \frac{a_n}{n} = \frac{1}{n(n+1)} (n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $a_1 = 1$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_n}{3^{n-1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (本小题满分 12 分)

某中学准备组建“文科”兴趣特长社团, 由课外活动小组对高一学生进行了问卷调查, 问卷共 100 道题, 每题 1 分, 总分 100 分. 该课外活动小组随机抽取了 100 名学生的问卷成绩(单位: 分)进行统计, 将数据按照 $[0, 20), [20, 40), [40, 60), [60, 80), [80, 100]$ 分成 5 组, 绘制的频率分布直方图如图所示, 若将不低于 60 分的称为“文科方向”学生, 低于 60 分的称为“理科方向”学生.

- (1) 求实数 m 的值, 并估计这 100 名学生的成绩的平均数(同一组数据用该区间的中点值作为代表);
- (2) 根据已知条件完成下面 2×2 列联表, 并据此判断是否有 99.5% 的把握认为是否为“文科方向”与性别有关?



	理科方向	文科方向	总计
男	40		
女			45
总计			100

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

参考临界值:

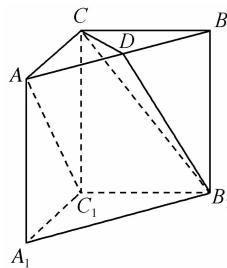
$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 点 D 是 AB 的中点, $AC=BC=3$, $AB=3\sqrt{2}$, $AA_1=6$.

(1) 求证: $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 ;

(2) 求点 C_1 到平面 CDB_1 的距离.



21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , $|A_1A_2| = 4$, 且过点 $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{6}}{2})$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 若直线 $l: y = k(x-4) (k \neq 0)$ 与 C 交于 M, N 两点, 直线 A_1M 与 A_2N 相交于点 G , 证明: 点 G 在定直线上, 并求出此定直线的方程.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = xe^x - x - \ln x - 2$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的零点个数.