2022～2023 学年高三第五次联考试卷(样)

理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：集合、常用逻辑用语、函数、导数及其应用、三角函数、三角恒等变换、解三角形、平面向量、数列、不等式、立体几何(含空间向量)、直线与圆(约 50%)；圆锥曲线与方程、概率、计数原理、统计、算法、复数(约 50%)。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-4}{x+1}>0\right.\right\}$，$B=\{x|y=\ln(4-x^2)\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$

A. $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$　　B. $[-1,2)$

C. $[-1,4]$　　D. $(-\infty,4]$

2. 已知复数 $z=\frac{i^{2021}}{1+2i}$（i 是虚数单位），则 z 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 数据 12，4，7，10，7，8 的中位数和方差分别为

A. $\frac{17}{2}$和 38　　B. $\frac{17}{2}$和$\frac{19}{3}$

C. $\frac{15}{2}$和 38　　D. $\frac{15}{2}$和$\frac{19}{3}$

4. 新能源汽车是指采用非常规的车用燃料作为动力来源(或使用常规的车用燃料、采用新型车载动力装置)，综合车辆的动力控制和驱动方面的先进技术，形成的技术原理先进、具有新技术、新结构的汽车. 新能源汽车包括混合动力电动汽车(HEV)、纯电动汽车(BEV，包括太阳能汽车)、燃料电池电动汽车(FCEV)、其他新能源(如超级电容器、飞轮等高效储能器)汽车等. 非常规的车用燃料指除汽油、柴油之外的燃料. 下表是 2021 年我国某地区新能源汽车的前 5 个月销售量与月份的统计表：

月份代码 x	1	2	3	4	5
销售量 y(万辆)	0.5	0.6	1	1.4	1.5

由上表可知其线性回归方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+0.16$，则 $\hat{b}$ 的值是

A. 0.28　　B. 0.32　　C. 0.56　　D. 0.64

5. 已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(3,\sigma^2)$，且 $P(\xi<5)=0.7$，则 $P(1<\xi<3)=$

A. 0.6　　B. 0.5　　C. 0.3　　D. 0.2

6. 已知$(ax^2+1)\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^5$的展开式中各项系数的和为$-3$,则该展开式中含$x$的项的系数为

A. -120　　B. -40　　C. 40　　D. 120

7. 某学校数学兴趣小组共有40人,其中女生15人,现从中任选3人代表学校参加本市的数学竞赛,设选出的3名代表中的女生人数为变量X,男生人数为变量Y,则$P(X=2)+P(Y=2)$等于

A. $\dfrac{C_{15}^2C_{25}^2}{C_{40}^3}$

B. $\dfrac{C_{15}^2+C_{25}^2}{C_{40}^3}$

C. $\dfrac{C_{15}^2C_{25}^1+C_{15}^1C_{25}^2}{C_{40}^3}$

D. $\dfrac{(C_{15}^2+C_{25}^1)\cdot(C_{15}^1+C_{25}^2)}{C_{40}^3}$

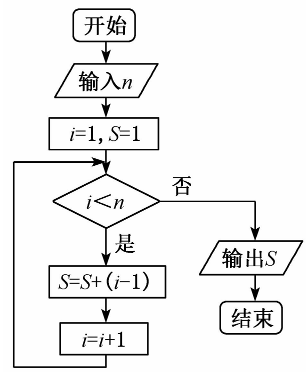
8. 执行如图所示的程序框图,若输出的S是56,则输入的$n(n\in\mathbf{N}^*)$是

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13



9. 已知函数$f(x)=\sin\omega x(\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x)(\omega>0)$,若函数$f(x)$的图象与直线$y=1$在$(0,\pi)$上有3个不同的交点,则$\omega$的取值范围是

A. $\left(\dfrac{7}{6},\dfrac{3}{2}\right]$

B. $\left(\dfrac{7}{6},\dfrac{4}{3}\right]$

C. $\left(\dfrac{6}{5},\dfrac{3}{2}\right]$

D. $\left(\dfrac{6}{5},\dfrac{4}{3}\right]$

10. 在平行四边形$ABCD$中,$AB=1$,$AD=2$,$AB\perp AD$,点P为平行四边形$ABCD$所在平面内一点,则$(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC})\cdot\overrightarrow{PB}$的最小值是

A. $-\dfrac{5}{8}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. $-\dfrac{3}{8}$　　D. $-\dfrac{1}{4}$

11. 已知双曲线C:$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点为$F$,直线$y=kx$与$C$交于$A$,$B$两点(其中点$A$位于第一象限),$AB=2OF$,$O$为坐标原点,且$\triangle FAB$的面积为$4a^2$,则$C$的离心率是

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

12. 若$a\sin a-4b\sin b\cos b=4b^2-a^2+1$,则

A. $a>2b$　　B. $a<2b$　　C. $|a|>|2b|$　　D. $|a|<|2b|$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知$a,b\in(0,1)$,则函数$f(x)=ax^2-4bx+1$在$[1,+\infty)$上是增函数的概率是________.

14. 若$\tan(\pi-\alpha)=\dfrac{1}{2\sin\frac{5\pi}{12}\cos\frac{7\pi}{12}}$,则$\sin2\alpha+\cos^2\alpha=$________.

15. 某市教育局人事部门打算将甲、乙、丙、丁、戊这5名应届大学毕业生安排到该市4所不同的学校任教,每所学校至少安排一名,则不同的安排方法种数是________.

16. 已知抛物线C:$x^2=4y$的焦点是F,过F的直线l交C于不同的A,B两点,则$(|AF|+1)\cdot|BF|$的最小值是________.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(本小题满分 10 分)

已知 a,b,c 分别为$\triangle ABC$ 三个内角 A,B,C 的对边,$c(1+\cos B)=\sqrt{3}b\sin C$.

(1)求角 B 的大小;

(2)若 $b=2,a+c=4$,求$\triangle ABC$ 的面积.

18.(本小题满分 12 分)

已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n(n+1)}(n\in\mathbf{N}^*)$,且 $a_1=1$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

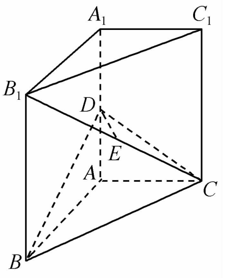
(2)若数列$\{b_n\}$满足 $b_n=\frac{a_n}{3^{n-1}}$,求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

19.(本小题满分 12 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AB\perp AC$,D,E 分别为 AA_1,B_1C 的中点.

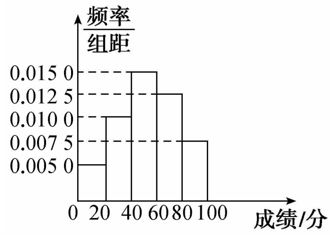
(1)求证:$DE/\!/$平面 ABC;

(2)若 $DE\perp BC$,二面角 $A-BD-C$ 的大小为$\frac{\pi}{3}$,求直线 B_1C 与平面 BCD 所成角的大小.



20.(本小题满分 12 分)

某中学准备组建“文科”兴趣特长社团，由课外活动小组对高一学生进行了问卷调查，问卷共 100 道题，每题 1 分，总分 100 分，该课外活动小组随机抽取了 100 名学生的问卷成绩(单位：分)进行统计，将数据按照$[0,20)$，$[20,40)$，$[40,60)$，$[60,80)$，$[80,100]$分成 5 组，绘制的频率分布直方图如图所示，若将不低于 60 分的称为“文科方向”学生，低于 60 分的称为“理科方向”学生.



(1)根据已知条件完成下面 2×2 列联表，并据此判断是否有 99.5%的把握认为是否为“文科方向”与性别有关？

	理科方向	文科方向	总计
男	40		
女			45
总计			100

(2)将频率视为概率，现在从该校高一学生中用随机抽样的方法每次抽取 1 人，共抽取 4 次，记被抽取的 4 人中“文科方向”的人数为 X，若每次抽取的结果是相互独立的，求 X 的分布列和数学期望.

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

参考临界值：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

21.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别为 A_1,A_2，$|A_1A_2|=4$，且过点$\left(\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

(1)求 C 的方程；

(2)若直线 $l:y=k(x-4)(k\neq0)$与 C 交于 M,N 两点，直线 A_1M 与 A_2N 相交于点 G，证明：点 G 在定直线上，并求出此定直线的方程.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2ae^x+2\ln a-6$.

(1)当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

(2)若 $f(x)\geqslant\ln(x^2+6x+9)$在 $x\in(-3,+\infty)$上恒成立，求实数 a 的取值范围.