

2023 届高考考点滚动提升卷·理科数学(四)

导数及其应用+滚动内容

(40 分钟 74 分)

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1. 曲线 $f(x)=x+\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为

A. $x+y+1=0$

B. $x+y-1=0$

C. $x-y+1=0$

D. $x-y-1=0$

2. 已知函数 $f(x)=x^3-x^2f'(1)-2x$, 则 $f'(1)+f(1)=$

A. -1

B. 1

C. -2

D. 2

3. 下列求导正确的是

A. $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)'=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$

B. $(x \cdot 3^x)'=3^x+x \cdot 3^x \log_3 e$

C. $(x^2+\cos x)'=2x+\sin x$

D. $\left(\frac{\log_2 x}{x}\right)'=\frac{1-\ln x}{x^2 \ln 2}$

4. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的可导函数, 且 $f(x)<f'(x)$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 成立, 则下列说法正确的是

A. $f(0)>\frac{f(2)}{e^2}$

B. $ef(2\ 018)=f(2\ 019)$

C. $f(1)=\frac{f(2)}{e}$

D. $ef(2\ 019)<f(2\ 020)$

5. 已知函数 $f(x)=(-x^2+2x+2)e^x (x \in \mathbf{R})$, 则函数 $f(x)$ 的单调递减区间为

A. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

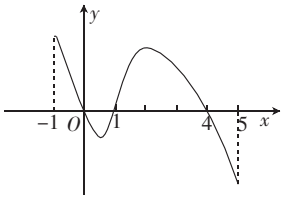
B. $(1, 2)$

C. $(-2, 2)$

D. $(-\infty, -2), (2, +\infty)$

6. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 5]$, 部分对应值如下表, $f(x)$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图象如图所示.

x	-1	0	1	4	5
$f(x)$	-1	2	-2	3	1



下列关于函数 $f(x)$ 的命题:

- ① 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 1]$ 上单调递增;
- ② 如果当 $x \in [-1, t]$ 时, $f(x)$ 的最小值是 -2, 那么 t 的最小值为 1;
- ③ 若函数 $y=f(x)-a$ 有 3 个零点, 则 $a=2$.

其中真命题的个数是

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

7. 若 $y_1 = \sin 2x_1 (x_1 \in [0, \pi])$, $y_2 = x_2 + 3 (x_2 \in \mathbf{R})$, 则 $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ 的最小值为

- A. $\frac{(18-3\sqrt{3}+\pi)^2}{72}$
- B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{12}$
- C. $\left(\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)^2$
- D. $\frac{(\pi-3\sqrt{3}+15)^2}{72}$

8. 已知 $f(x) = \frac{ax}{x+1} + \ln(x+1)$, 则下列说法正确的是

- A. 当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 有极大值点和极小值点
- B. 当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 无极大值点和极小值点
- C. 当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 有最大值
- D. 当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 的最小值小于或等于 0

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

二、填空题(本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

9. 若函数 $f(x) = x^2 - e^x - ax$ 在 $\mathbf{R}$ 上存在单调递增区间, 则实数 a 的取值范围为_____.

10. 若函数 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 在区间 $(a-2, 2a+3)$ 上有最大值, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题(本大题共 2 小题,每小题 12 分,共 24 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

11. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = x \ln x + ax (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a = -2$ 时,求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 当 $b > \frac{2}{e}$ 时,证明: $f(x) < be^x + ax$.

12. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = 2\ln x + ax^2$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a = -\frac{1}{e^2}$ 时, 证明: 函数 $f(x)$ 有且仅有两个零点 x_1, x_2 , 且 $x_1 + x_2 > 2e$.