

2023 届高三名校周考阶梯训练·理科数学卷(五)

三角函数的基本关系、诱导公式及三角恒等变换

满分分值:100 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. $\cos 65^\circ \cos 20^\circ + \cos 25^\circ \cos 70^\circ$ 等于

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{3}{5}$, 且 α 是第四象限角, 那么 $\cos(\alpha - 3\pi)$ 的值是

A. $-\frac{2}{5}$

B. $-\frac{3}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$

D. $-\frac{3}{4}$

3. 已知角 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{5}{13}$, 则 $\sin \beta =$

A. $\frac{12+10\sqrt{2}}{39}$

B. $\frac{24\sqrt{2}+5}{39}$

C. $\frac{24\sqrt{2}-5}{39}$

D. $\frac{12-10\sqrt{2}}{39}$

4. 已知 $\theta \in (0, \pi)$, $\sin(\pi - \theta) + \cos(2\pi - \theta) = \frac{1}{4}$, 则 $\sin(2\theta + \frac{3\pi}{2}) =$

A. $\frac{\sqrt{31}}{16}$

B. $\pm \frac{\sqrt{31}}{16}$

C. $-\frac{15}{32}$

D. $-\frac{\sqrt{31}}{16}$

5. 已知 $\cos \theta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 且 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\tan 2\theta =$

A. $-\frac{3}{4}$

B. $-\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

6. 若 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) + \cos 2\beta =$

A. $\frac{2}{9}$

B. $-\frac{2}{9}$

C. $\frac{7}{9}$

D. $-\frac{7}{9}$

7. 化简: $(\sqrt{3} \tan 10^\circ - 1) \cdot \frac{\cos 10^\circ}{2 \sin 20^\circ} =$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $-\sqrt{3}$

C. -1

D. 1

8. 已知 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, $\cos(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\tan \beta = -2$, 则 $\alpha + 2\beta$ 等于

A. $-\frac{\pi}{2}$

B. $-\frac{5\pi}{4}$

C. $-\frac{\pi}{4}$

D. $-\frac{3\pi}{4}$

9. 已知角 $\alpha + \frac{9}{4}\pi$ 的终边经过点 $(-2, 4)$, 则 $3\sin^2 \alpha - \sin(\pi + \alpha)\cos \alpha =$

A. -4

B. -2

C. 3

D. 9

10. 已知 $\cos x + \cos^2 x = 1$, 则 $3\sin^2 x + 2\sin^4 x - \cos x + 1$ 的值为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

11. $\cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9}$ 的值为

A. $-\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{16}$

C. $-\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{8}$

12. 已知 $\tan\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\tan\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right)$ 的值为

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $-\frac{3}{4}$

D. $-\frac{4}{3}$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知角 α 的终边经过点 $P(x, -6)$, 且 $\tan \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\sin \alpha =$ _____.

14. 若 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$, $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} =$ _____.

15. 若 $\tan(\pi - \alpha) = \frac{1}{2\sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}}$, 则 $\sin 2\alpha + \cos^2 \alpha =$ _____.

16. 已知 α, β 均为锐角, 且角 α 的终边过点 $(3, 4)$, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\cos \beta =$ _____.

三、解答题:共 20 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知角 α, β 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边与单位圆分别交于

$P\left(\frac{\sqrt{10}}{10}, p\right), Q\left(q, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$ 两点.

(1) 求 $\cos 2\alpha$ 与 $\cos 2\beta$ 的值;

(2) 若 $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $\alpha - \beta$ 的值.

18. (本小题满分 10 分)

已知 $\sin \alpha + 2\cos \alpha = 0$.

(1) 求 $\tan \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$ 的值;

(2) 求 $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha - 1}$ 的值.