

2023 届全国名校高三单元检测示范卷·数学(一)

集合与常用逻辑用语

(本卷满分:150 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x | 3 - x \geq 1\}$, 则 $P \cap Q =$
A. $\{1\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{1, 2, 3\}$
2. 已知 $p: \forall x \in (0, +\infty), x - \log_2 x \geq 0$, 则 $\neg p:$
A. $\forall x \in (0, +\infty), x - \log_2 x < 0$
B. $\forall x \in (0, +\infty), x - \log_2 x \leq 0$
C. $\exists x_0 \in (-\infty, 0], x_0 - \log_2 x_0 \leq 0$
D. $\exists x_0 \in (0, +\infty), x_0 - \log_2 x_0 < 0$
3. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 1 < e^x < 5\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $(\complement_U A) \cup B = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是
A. $[\ln 5, +\infty)$ B. $(\ln 5, +\infty)$
C. $(-\infty, \ln 5)$ D. $[0, +\infty)$
4. 已知 a, b, c 是三条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, $\alpha \cap \beta = c$, $a \subset \alpha, b \subset \beta$, 则“ a, b 相交”是“ a, c 相交”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 4\}$, $B = \left\{x \middle| y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4 - 2x}}\right\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$
A. $\{x | x \geq 2\}$ B. $\{x | x < 4\}$
C. $\{x | 2 < x < 4\}$ D. $\{x | 2 \leq x < 4\}$
6. (2021·全国乙卷·理科)已知集合 $S = \{s | s = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, $T = \{t | t = 4n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 $S \cap T =$
A. $\emptyset$ B. S
C. T D. $\mathbf{Z}$
7. 已知 $A = \{(x, y) | y > x^2\}$, $B = \{(x, y) | y < 2 - |x - a|\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是
A. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ B. $(-2, 2)$
C. $(-\infty, -\frac{9}{4}] \cup [\frac{9}{4}, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{7}{4}] \cup [\frac{7}{4}, +\infty)$

8. 已知“不等式 $|x - m| < 1$ 成立”的一个充分不必要条件是“ $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ ”, 则实数 m 的取值范围是

A. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ B. $[-\frac{4}{3}, \frac{1}{2}]$
C. $[\frac{4}{3}, +\infty)$ D. $[-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}]$

9. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x < 0\}$, 函数 $f(x) = 2^{-x} + a (x \in A)$ 的值域为 B , 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是

A. $[-\frac{1}{4}, 1]$ B. $(-\frac{1}{4}, 1)$
C. $(-\frac{1}{4}, 0)$ D. $(-1, 0)$

10. 由命题“存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $e^{|x-1|} - m \leq 0$ ”是假命题, 得 m 的取值范围是 $(-\infty, a)$, 则实数 a 的值是

A. 2 B. e
C. 1 D. $\frac{1}{e}$

11. 若集合 $M = \left\{x \middle| \frac{x}{4} \in \mathbf{N}^*, \text{ 且 } \frac{x}{10} \in \mathbf{N}^*\right\}$, $N = \left\{x \middle| \frac{x}{40} \in \mathbf{Z}\right\}$, 则

A. $M = N$ B. $N \subseteq M$
C. $M \cup N = \left\{x \middle| \frac{x}{20} \in \mathbf{Z}\right\}$ D. $M \cap N = \left\{x \middle| \frac{x}{40} \in \mathbf{N}^*\right\}$

12. “不等式 $x^2 - x + m > 0$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上恒成立”的一个必要不充分条件是

A. $m \geq 2$ B. $\frac{1}{4} < m < 2$ C. $m > -\frac{1}{4}$ D. $m < -\frac{1}{4}$

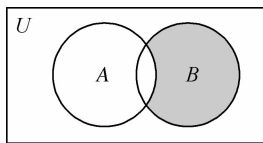
选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项												

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中的横线上)

13. 如图,全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\left\{x\left|\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>0\right.\right\}$, $B=\left\{x\left|0<x<\frac{3}{2}\right.\right\}$, 则 $\complement_U A=$ _____, 阴影部分表示的集合是 _____.

(本小题第一空 2 分,第二空 3 分)



14. 若关于 x 的不等式 $ax^2-2x+a<0$ 成立的充要条件是 $x\neq\frac{1}{a}$, 则实数 $a=$ _____.

15. 已知 $x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}$, 则“ $|x|+|y|<1$ ”是“ $x^2+y^2<1$ ”的 _____.(填“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”“既不充分也不必要条件”)

16. 记实数集 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 中的最大数为 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 最小数为 $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c ($a\leq b\leq c$), 定义它的倾斜度为 $t = \max\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\} \cdot \min\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\}$, 则“ $t=1$ ”是“ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的 _____.(填“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”“既不充分也不必要条件”)

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

在① $C=\{x|-1+m<x<2m\}$, $C\subseteq B$, ② $C=[-1+m, 2m]$, $C\subseteq B$ 这两个条件中任选一个填入在下面试题中的横线上,使得试题完整,并完成试题的求解.

已知集合 $A=\{x|x\leq 1\}$, $B=\{x|(x+2)(x-3)>0\}$.

(1)求 $A\cap B$;

(2)若 _____, 求实数 m 的取值范围.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)

已知 p : 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{a}{x}+1\right)$ 在区间 $[-2, -1]$ 上单调递增;

q : 函数 $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2+ax$ 在区间 $[3, +\infty)$ 上单调递减.

(1)若 q 是真命题,求实数 a 的取值范围;

(2)若 p, q 中有一个为真命题,一个为假命题,求实数 a 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

(1) 若存在 $x_0 \in \left(\frac{\pi}{12}, \frac{25\pi}{12}\right)$ 使得 $f(x_0) = 2$ 成立, 求 x_0 的值;

(2) 设 $p: x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]; q: -3 < f(x) - m < \sqrt{3}$, 若 p 是 q 的充分条件, 求实数 m 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, 4mx^2 + x + m \leq 0$.

(1) 若 p 为真命题, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若有命题 $q: \exists x \in [2, 8]$ 使 $m\log_2 x + 3 \geq 0$ 成立, 则当 p 为假命题, q 为真命题时, 求实数 m 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知集合 $P = \{x \mid (x^2 + x + 1)(x^2 - 8x - 20) \leq 0 (x \in \mathbf{R})\}$, $S = \{x \mid |x - 1| \leq m (x \in \mathbf{R})\}$.

(1) 若 $(P \cup S) \subseteq P$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 是否存在实数 m 使“ $x \in P$ ”是“ $x \in S$ ”的充要条件? 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知集合 $P_n = \{1, 2, \dots, n\}, n \in \mathbf{N}^*$. 记 $f(n)$ 为同时满足下列条件的集合 A 的个数: ① $A \subseteq P_n$; ② 若 $x \in A$, 则 $2x \notin A$; ③ 若 $x \in \complement_{P_n} A$, 则 $2x \notin \complement_{P_n} A$.

(1) 求 $f(4)$;

(2) 求 $f(n)$ 的解析式 (用 n 表示).