

# 2023 届全国名校高三单元检测示范卷·理科数学(一)

## 集合与常用逻辑用语

(120 分钟 150 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. (2021·全国乙卷·理科)已知集合  $S=\{s|s=2n+1, n\in\mathbf{Z}\}$ ,  $T=\{t|t=4n+1, n\in\mathbf{Z}\}$ , 则  $S\cap T=$
- A.  $\emptyset$                       B.  $S$                       C.  $T$                       D.  $\mathbf{Z}$

2. 已知集合  $A=\left\{x\left|x=2\sin\frac{n\pi}{3}, n\in\mathbf{N}^*\right.\right\}$ ,  $B=\{x|x^2-2x-3<0\}$ , 则  $A\cap B=$

- A.  $\{-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}\}$                       B.  $\{0, \sqrt{3}\}$   
C.  $\{-\sqrt{3}, 0\}$                       D.  $\{-1, 0, \sqrt{3}\}$

3. 设命题  $p: \forall x>0, x^2>0$ , 则  $\neg p$  为

- A.  $\exists x_0\leq 0, x_0^2\leq 0$                       B.  $\forall x\leq 0, x^2>0$   
C.  $\forall x>0, x^2\leq 0$                       D.  $\exists x_0>0, x_0^2\leq 0$

4. “ $x+y>2$ ”是“ $\begin{cases} x>1, \\ y>1 \end{cases}$ ”的

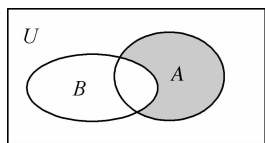
- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

5. 已知集合  $A=\{x|\log_3 x\leq 1\}$ ,  $B=\{x|0<x<a\}$ , 若  $A\subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $[3, +\infty)$                       B.  $(3, +\infty)$   
C.  $(1, +\infty)$                       D.  $(4, +\infty)$

6. 若全集  $U=\mathbf{R}$ ,  $A=\{x||x+1|\leq 1\}$ ,  $B=\{x|x\leq -1\}$ , 则图中阴影部分表示的集合是

- A.  $\{x|-2<x<0\}$   
B.  $\{x|-1\leq x<0\}$   
C.  $\{x|-1<x\leq 0\}$   
D.  $\{x|-1<x<0\}$



7. 已知命题  $p: \exists x_0>0, \ln x_0<0$ ; 命题  $q: \forall x\in\mathbf{R}, e^x>1$ , 则下列命题为真命题的是

- A.  $\neg p\vee q$                       B.  $p\wedge\neg q$                       C.  $p\wedge q$                       D.  $\neg(p\vee q)$

8. 关于“若  $a+b=4$ , 则  $a, b$  至少有一个等于 2”及其逆命题的说法正确的是

- A. 原命题为真, 逆命题为假  
B. 原命题为假, 逆命题为真  
C. 原命题与逆命题均为真命题  
D. 原命题与逆命题均为假命题

9. 已知集合  $A=\{x|x^2-2x<0\}$ , 函数  $f(x)=2^{-x}+a(x\in A)$  的值域为  $B$ , 若  $B\subseteq A$ , 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $\left[-\frac{1}{4}, 1\right]$                       B.  $\left(-\frac{1}{4}, 1\right)$   
C.  $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$                       D.  $(-1, 0)$

10. 由命题“存在  $x\in\mathbf{R}$ , 使  $e^{|x-1|}-m\leq 0$ ”是假命题, 得  $m$  的取值范围是  $(-\infty, a)$ , 则实数  $a$  的值是

- A. 2                      B.  $e$                       C. 1                      D.  $\frac{1}{e}$

11. 若集合  $M=\left\{x\left|\frac{x}{4}\in\mathbf{N}^*, \text{ 且 } \frac{x}{10}\in\mathbf{N}^*\right.\right\}$ ,  $N=\left\{x\left|\frac{x}{40}\in\mathbf{Z}\right.\right\}$ , 则

- A.  $M=N$                       B.  $N\subseteq M$   
C.  $M\cup N=\left\{x\left|\frac{x}{20}\in\mathbf{Z}\right.\right\}$                       D.  $M\cap N=\left\{x\left|\frac{x}{40}\in\mathbf{N}^*\right.\right\}$

12. “不等式  $x^2-x+m>0$  在  $x\in\mathbf{R}$  上恒成立”的一个必要不充分条件是

- A.  $m\geq 2$                       B.  $\frac{1}{4}<m<2$   
C.  $m>-\frac{1}{4}$                       D.  $m<-\frac{1}{4}$

### 选择题答题栏

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 答案 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中的横线上)

13. 已知集合  $A = \{\sqrt{2}, 2, zi\}$  (其中  $i$  为虚数单位),  $B = \{1\}$ ,  $A \cup B = A$ , 则复数  $z$  等于\_\_\_\_\_.

14. 已知命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, |x-2| - |x-9| \geq a$ ”的逆否命题为假命题, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 已知集合  $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = a+1 \right\}$ ,  $B = \{ (x, y) \mid (a^2-1)x + (a-1)y = 15 \}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $a$  取值的集合为\_\_\_\_\_.

16. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 非空集合  $A = \{a \mid \text{实数 } a \text{ 满足函数 } f(x) = x^4 + ax^2 + a + 3 \text{ 有四个零点}\}$ ,  $B = \{x \mid x \geq t\}$ , 若  $(\complement_U B) \cap A = \emptyset$ , 则实数  $t$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知集合  $A = \{x \mid x = m^2 - n^2, m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z}\}$ , 求证:

(1)  $5 \in A$ ;

(2) 偶数  $8k-2 (k \in \mathbf{Z})$  不属于  $A$ .

18. (本小题满分 12 分)

已知集合  $A = \{x \mid (x-2)(x-3a-1) < 0\}$ ,  $B = \{x \mid (x-2a)(x-a^2-1) < 0\}$ .

(1) 当  $a=2$  时, 求  $A \cap B$ ;

(2) 当  $a=1$  时, 判定  $A$  与  $B$  之间的关系;

(3) 若  $B \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知集合  $A = \{x | y = \ln(3^x - t)\}, B = \{y | y = -x^2 - 2x + 2, x \in A\}$ .

(1) 若  $t = \frac{1}{9}$ , 求集合  $B$ ;

(2) 若  $3 \in B$ , 求实数  $t$  的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知  $p$ : 对于任意  $x$  都有  $2x^2 + (a+1)x + b - \frac{4}{3} > 0$ ;  $q$ : 对于任意

$x$  都有  $2x^2 + (1-a)x + \frac{5}{2} - b > 0$ . 当  $a, b \in \mathbf{N}_+$  时,  $p \wedge q$  为真, 求  $a, b$  的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知  $p: \left| 1 - \frac{x-1}{3} \right| \leq 2, q: 2^{x^2+mx+4} - 1 \leq 0$ .

- (1) 若存在  $x \in \mathbf{R}$  使  $2^{x^2+mx+4} - 1 \leq 0$  成立, 求正实数  $m$  的最小值;  
(2) 当  $m = -5$  时, 若“ $p \vee q$ ”为真命题, “ $p \wedge q$ ”为假命题, 求实数  $x$  的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知  $p$ : 函数  $f(x) = ax^2 + 2x + 1$  有零点;  $q: \forall x \in (-\infty, 2], x^2 - 2x - a + 4 > 0$ .

- (1) 若  $q$  为真, 求实数  $a$  的取值范围;  
(2) 若  $p \vee q$  为真,  $p \wedge q$  为假, 求实数  $a$  的取值范围.